

взаємодії між остовом F_A -центра й електроном: у ЛГК це монополь-монопольна, а в кристалах ГДМ — диполь-монопольна взаємодія.

1. Стоунхэм А.Н. Теория дефектов в твердых телах: 2 т. М., 1978. 2. Чорній З.П. Іонні процеси в радіаційно забарвлених кристалах галогенідів двовалентних металів: Дис... д-ра фіз.-мат. наук. Львів, 2000. 3. Чорній З.П., Пірко І.Б., Салапак В.М., Дячук М.В. Механізм генерації центрів забарвлення в легованих кристалах флюоритів. Одномірна модель. I // Наук. вісн.: 36. наук.-техн. пр., Львів: УкрДЛТУ. 2005. Вип.15.1. С.298 — 307. 4. Чорній З.П., Пірко І.Б., Салапак В.М., Дячук М.В. Генерація центрів забарвлення в легованих кристалах флюоритів. Одномірна модель. II// Наук. вісн.: 36. наук.-техн. пр., Львів: УкрДЛТУ. 2005. Вип.15.1. С. 170 — 174. 5. Чорній З.П., Кульчицький А.Д., Пірко І.Б., Белянінова Н.П. Рекombінаційні процеси та термоіндуковані перетворення центрів забарвлення в кристалах флюоритів. Одномірна модель // Наукові записки / УАД. 2005. Вип.8. С. 55 — 60. 6. Hayes W. Stoneham A. M. Crystals with fluorite structure. Oxford, 1974.

УДК 512.58+515.12

Н. М. Пирч

РЕФЛЕКСІЇ ПАРАТОПОЛОГІЧНИХ ГРУП

Розглядаються функтори, що діють на категорії паратопологічних (топологічних, квазітопологічних, напівтопологічних) груп, та встановлюється, які з них комутують із функторами вільної й вільної абелевої паратопологічних груп.

We consider a functors on the category paratopological (topological, quasitopological, semitopological) groups and establish those which commute with the functors of free and free abelian paratopological group.

Нехай T — клас топологічних просторів, замкнений відносно добутків, підпросторів та підсилення топологій, а X — топологічний простір. Утотожни-мо в просторі X усі точки, що не розділяються неперервними відображеннями у простори класу T . Позначимо отриманий фактор-простір через TX . У роботі [3] встановлено: якщо клас T замкнений відносно добутків, підпросторів і підсилення топологій, то зіставлення $X \rightarrow TX$ визначає функтор з категорії топологічних просторів та їхніх неперервних відображень у категорію топологічних просторів з класу T та їхніх неперервних відображень. Прикладами класів топологічних просторів, замкнених відносно добутків, підпросторів і підсилення топологій [2], є класи T_0 -, T_1 -, T_2 -просторів, функціонально гаусдорфових просторів (топологічний простір X називається функціонально гаусдорфовим, якщо для довільних двох відмінних точок $x, y \in X$ існує неперервна дійснозначна функція f — така, що $f(x) \neq f(y)$ — цілком незв'язних просторів (топологічний простір іменується цілком незв'язним, коли квазікомпонента кожної його точки збігається з самою точкою).

Напівтопологічною групою [1] називається топологічний простір G , що є одночасно групою й для якого відображення $l_c, r_c : G \rightarrow G$, задані як $l_c(x) = cx$ і $r_c(x) = xc$, є неперервними для довільного $c \in G$. Якщо, крім того, операція інверсії $i : G \rightarrow G$ $i(x) = x^{-1}$ є неперервною, то група G називається квазі-топологічною. Група G іменується паратопологічною, коли операція множення $m : G \times G \rightarrow G$, $m(a, b) = ab$ є неперервною. Якщо на групі G операції множення m та інверсії i є неперервними, вона називається топологічною. Топологічні (паратопологічні, квазітопологічні, напівтопологічні) групи та їхні неперервні гомоморфізми утворюють категорію.

Твердження 1. Нехай T — клас топологічних просторів, замкнений відносно добутків, підпросторів і підсилення топологій. Тоді зіставлення $X \mapsto TX$ визначає функтор з категорії топологічних (паратопологічних, квазітопологічних, напівтопологічних) груп і їхніх неперервних гомоморфізмів у категорію топологічних (паратопологічних, квазітопологічних, напівтопологічних) груп з класу T та їхніх неперервних гомоморфізмів.

Доведення. Нехай G — напівтопологічна група. Прийнемо, що дві точки $x, y \in G$ є еквівалентними, якщо вони не розділяються неперервними відображеннями в простори класу T . Покажемо, що множина точок, еквівалентних одиниці e групи G , є нормальною підгрупою в G . Нехай точки a і b еквівалентні e . За однорідністю групи G , точки ae і ab є також еквівалентними. Тобто точка e еквівалентна точці $a = ae$, яка, у свою чергу, еквівалентна точці ab . Отже, точки e і ab еквівалентні. Нехай точка a еквівалентна e . За однорідністю групи G , точки $e = aa^{-1}$ і $a^{-1} = ea^{-1}$ є так само еквівалентними. Нехай точка a еквівалентна e , c — довільна точка з G . За однорідністю групи G , точки cac^{-1} і $e = cec^{-1}$ також еквівалентні. Таким чином, множина точок, еквівалентних одиниці e , є нормальною підгрупою в G . Позначимо її через N . З однорідності топологічного простору G випливає, що фактор-відображення $G \rightarrow TG$ задає гомоморфізм $G \rightarrow G/N$. Як було встановлено у [1], фактор-група топологічної (паратопологічної, квазітопологічної, напівтопологічної) групи є топологічною (паратопологічною, квазітопологічною, напівтопологічною) групою.

У роботі [5] встановлено, що для кожного топологічного простору X існують і єдина вільна паратопологічна група $F_p(X)$ простору X , і вільна абелева паратопологічна група $A_p(X)$ простору X . У роботах [3, 4 і 5] вивчалися топологічні властивості вільних (абелевих) паратопологічних груп.

Твердження 2. Нехай T — клас топологічних просторів, замкнений відносно добутків, підпросторів і підсилення топологій, такий, що $X \hat{\cap} T \supset F_p(X) \hat{\cap} T$. Тоді функтори $F_p \circ T$ і $T \circ F_p$ природно еквівалентні. Іншими словами, паратопологічні групи $F_p(TX)$ і $TF_p(X)$ топологічно ізоморфні. Аналогічне твердження справедливе для функтора вільної абелевої паратопологічної групи.

Доведення. Нехай $f : X \otimes TX$ — фактор-відображення, $f^* : F_p(X) \otimes F_p(TX)$ — його гомоморфне продовження. За твердженням 2.10 з роботи [4], відображення f^* буде також факторним. Нехай $g : F_p(X) \otimes TF_p(X)$ — фактор-відображення. Оскільки обидва відображення f^* і g є факторними, то для доведення нашого твердження, достатньо показати, що умови $f^*(x) = f^*(y)$ і $g(x) = g(y)$ рівносильні для довільних $x, y \in F_p(X)$. Зауважимо (див. [3]), що для довільного неперервного відображення $h : X \otimes Y$, де $Y \in T$, існує неперервне відображення $h_1 : TX \otimes Y$ таке, що $h = h_1 \circ t_X$, де $t_X : X \otimes TX$ фактор-відображення. Оскільки $F_p(TX) \in T$, існує неперервне відображення $f_1^* : TF_p(X) \otimes F_p(TX)$ — таке, що $f^* = f_1^* \circ g$. Отже, з $g(x) = g(y)$ випливає $f^*(x) = f^*(y)$. Розглянемо відображення $h : X \otimes TF_p(X)$ як звуження відображення g на X . Тоді існує неперервне відображення $h_1 : TX \otimes TF_p(X)$ — таке, що $h = h_1 \circ f$. Нехай $h_1^* : F_p(TX) \otimes TF_p(X)$ — гомоморфне продовження відображення h_1 . Тоді $g = h^* = (h_1 \circ f)^* = h_1^* \circ f^*$. Отже, з $f^*(x) = f^*(y)$ випливає, що $g(x) = g(y)$.

У роботі [4] встановлено, що вільна паратопологічна група функціонально гаусдорфового (цілком незв'язного) простору є функціонально гаусдорфовим (цілком незв'язним) простором.

Наслідок 1. Функтор функціонально гаусдорфової рефлексії та функтор простору квазікомпонент комутують з функтором вільної паратопологічної групи.

Крім того, у роботі [4] встановлено, що вільна абелева паратопологічна група T_0 - (T_1 -, функціонально гаусдорфового, цілком незв'язного) простору є T_0 - (T_1 -, функціонально гаусдорфовим, цілком незв'язним) простором.

Наслідок 2. Функтори T_0 - і T_1 -рефлексії, функціонально гаусдорфової рефлексії та функтор простору квазікомпонент комутують з функтором вільної абелевої паратопологічної групи.

1. Равський О. В. Тополого-алгебраїчні властивості паратопологічних груп: Дис... канд. фіз.-мат. наук: 01.01.06. К. 2004.
2. Энгелькинг Р. Общая топология. М., 1986.
3. Pyrch N. M. On isomorphism of free paratopological groups and free homogeneous spaces // Вісн. Львів. нац. ун-ту. Сер. Математика, механіка.
4. Pyrch N. M. Ravsky O. V. Free paratopological groups // Matematichni Studii. 25 (2006). №2, P. 115 – 125.
5. Romaguera S., Sanchis M., Tkachenko M. Free paratopological groups // Topology Proceedings. 27 (2002). P. 1 – 28.