УДК 62.01

С. Г. Стельмащук
Українська академія друкарства

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ МЕХАНІЗМІВ НЕПОВНОЗУБИХ КОЛІС З ПРОГРАМНИМИ РОЗВАНТАЖУВАЧАМИ

На базі аналітичного дослідження динаміки механізму неповнозубих коліс із застосуванням програмних розвантажувачів показана висока ефективність такого поєднання.

Analyzing the dynamics of the mechanism of incomplete-cogged wheels with the application of program unloaders, high efficiency of such combination is shown.

У статті [1] наведено результати аналітичних досліджень динаміки механізму неповнозубих коліс (НЗК) з кулачковим вмиканням з урахуванням пружності веденої системи й умов демпфування в кінематичних парах.

Дана робота присвячена аналітичному дослідженню динаміки механізму НЗК, де використано програмні розвантажувачі (ПР), що застосовуються для ліквідації надлишкових кінетичних навантажень, які пульсують по ланках механізму.

Диференціальне рівняння руху веденої системи НЗК із застосуванням ПР (рис. 1) запишемо у такому вигляді:

$$I_{ïð}\frac{d^2\psi}{dt^2}+\mu\frac{d\psi}{dt}+k_{æ}\left(\psi-\psi_{ê}\right)-M_{çð}=0, \qquad (1)$$

де $I_{пр}$ — приведений до вихідного валу момент інерції ведених мас; μ — коефіцієнт в’язкого опору; $k_ж$ — коефіцієнт жорсткості системи; ψ і ψ_k — кутові переміщення, відповідно, веденої маси і кулачкового коромисла.

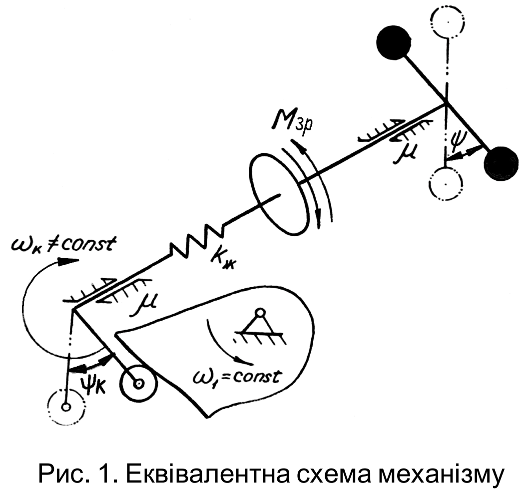

Рис. 1. Еквівалентна схема механізму

На розрахунковому режимі величина зрівноважувального моменту $M_{зр}$ за умови повного зрівноваження визначатиметься за формулою

$$M_{зр} = I_{пр} \cdot \frac{d\psi_к}{dt^2} \tag{2}$$

Після підстановки виразу (1) у рівняння (2) і виконання необхідних перетворень [2] отримаємо:

$$\ddot{a}_{тк} + 2\Pi \dot{a}_{тк} + \nu^2 a_{тк} = \nu^2 a_к + c_к. \tag{3}$$

Продовжуючи дослідження при висхідному синусоїдальному законі періодичного руху, рівняння (3) подамо у вигляді

$$\ddot{a}_{тк} + 2\Pi \dot{a}_{тк} + \nu^2 a_{тк} = \nu^2 a_к + c_к. \tag{4}$$

Рівняння (4) розв'язується таким чином:

$$a_{\grave{o}\,\hat{e}} = e^{-\Pi k}\left(C_1 \sin\nu_1 k + C_2 \cos\nu_1 k\right) + R_k.$$

Упускаючи всі проміжні математичні операції з визначення постійних C_1 і C_2 та окремого розв'язання R_k, кінцеве рішення рівняння (3) подамо у вигляді рівняння інваріантів кутових прискорень веденої маси:

$$\ddot{a}_{mk} = e^{-\Pi k}((C_1 \sin\nu_1 k + C_2 \cos\nu_1 k)(\Pi^2 - \nu_1^2) - \\ - 2\Pi\nu_1(C_1 \cos\nu_1 k - C_2 \sin\nu_1 k)) + \ddot{R}_к. \tag{5}$$

У рівності (5) величини других похідних окремих рішень R_k для другої і четвертої фаз (розбивка на фази тут така ж, як у статті [2]) дорівнюють нулеві, а для першої і третьої фаз визначаються залежностями

$$\ddot{R}_к^I = -\ddot{R}_к^{III} = \frac{2\pi\nu_0}{\chi}\left(\nu_0 \sin 2\pi k - 4\pi^2 \Pi \cos 2\pi k\right).$$

Постійні C_1 і C_2 для кожної з чотирьох фаз дорівнюють:

перша фаза —

$$C_1^I = -\frac{1}{\nu_1}(\dot{R}_0^I + \Pi R_0^I); \qquad C_2^I = -R_0^I,$$

де

$$R_0^I = 2\Pi\left(\frac{\nu_0}{\chi} - \frac{1}{\nu^2}\right); \qquad \dot{R}_0^I = 1 - \frac{\nu_0^2}{\chi};$$

друга фаза —

$$C_1^{II} = \frac{1}{\nu_1}\left(\Pi\left(a_{тк_1}^I + \frac{4\Pi}{\nu^2} - 0,5\right) + \dot{a}_{тк_1}^I - 2\right); \quad C_1^{II} = a_{тк_1}^I + \frac{4\Pi}{\nu^2} - 0,5,$$

де

$$\kappa_1 = 0,5; \qquad a_{тк_1}^I = e^{-0,5\Pi}\left(C_1^I \sin 0,5\nu_1 + C_2^I \cos 0,5\nu_1\right) + R_{\kappa_1};$$

$$\dot{a}^{I}_{m\kappa_1} = e^{-0,5\Pi}\left(\nu_1(C_1^I \cos 0,5\nu_1 - C_2^I \sin 0,5\nu_1) - \Pi(C_1^I \sin 0,5\nu_1 + C_2^I \cos 0,5\nu_1)\right) + \dot{R}_{\kappa_1};$$

$$R^I_{\kappa_1} = 0,5 - 2\Pi\left(\frac{\nu_0}{\chi} + \frac{1}{\nu^2}\right); \qquad \dot{R}^I_{\kappa_1} = 1 + \frac{\nu_0^2}{\chi};$$

третя фаза —

$$C_1^{III} = \frac{1}{\nu_1}\left(\dot{a}^{II}_{m\kappa_2} + \Pi\left(a^{II}_{m\kappa_2} - R_0^{III}\right) - \dot{R}_0^{III}\right); \quad C_2^{III} = a^{II}_{m\kappa_2} - R_0^{III},$$

де

$$\kappa_2 = \frac{\varphi_p}{2\varphi_{\textit{вкл}}}; \quad a^{II}_{m\kappa_2} = e^{-\Pi\kappa_2}\left(C_1^{II}\sin\nu_1\kappa_2 + C_2^{II}\cos\nu_1\kappa_2\right) + 0,5 - \frac{4\Pi}{\nu^2} + 2\kappa_2$$

$$\dot{a}^{II}_{m\kappa_2} = e^{-\Pi\kappa_2}(\nu_1(C_1^{II}\cos\nu_1\kappa_2 - C_2^{II}\sin\nu_1\kappa_2) - \Pi(C_1^{II}\sin\nu_1\kappa_2 + C_2^{II}\cos\nu_1\kappa_2)) + 2;$$

$$R_0^{III} = 0,5 + B\kappa_2 - 2\Pi\left(\frac{1}{\nu^2} + \frac{\nu_0}{\chi}\right); \quad \dot{R}_0^{III} = 1 + \frac{\nu_0^2}{\chi};$$

четверта фаза —

$$C_1^{IV} = \frac{1}{\nu_1}(\dot{a}^{III}_{m\kappa_3} + \Pi(a^{III}_{m\kappa_3} - 1 - 2\kappa_2)); \quad C_2^{IV} = a^{III}_{m\kappa} - 1 - 2\kappa_2,$$

де

$$\kappa_3 = 0,5; \qquad a^{III}_{m\kappa_3} = e^{-0,5\Pi}\left(C_1^{III}\sin 0,5\nu_1 + C_2^{III}\cos 0,5\nu_1\right) + R^{III}_{\kappa_3};$$

$$\begin{aligned}\dot{a}^{III}_{m\kappa_3} = e^{-0,5\Pi}(\nu_1(C_1^{III}\cos 0,5\nu_1 - C_2^{III}\sin 0,5\nu_1) - \\ -\Pi(C_1^{III}\sin 0,5\nu_1 + C_2^{III}\cos 0,5\nu_1)) + \dot{R}^{III}_{\kappa_3};\end{aligned}$$

$$R^{III}_{\kappa_3} = 1 + 2\kappa_2 - 2\Pi\left(\frac{1}{\nu^2} - \frac{\nu_0}{\chi}\right); \qquad \dot{R}^{III}_{\kappa_3} = 1 - \frac{\nu_0^2}{\chi}.$$

У результаті обробки отриманих даних побудовано графіки залежностей інваріантів кутових прискорень веденої маси $a_{m\kappa}$ у функції відносного часу (рис. 2, 3). Критерій частотної подібності ν і критерій демпфування системи Π варіювалися в тих же межах, що й при дослідженні динаміки без ПР.

Як і слід було чекати, із застосуванням ПР діаграми кутових прискорень веденої маси при різних ν і Π у першій і третій фазах значно наблизилися до свого еталону — синусоїди. Так, діаграми $a_{m\kappa}$ (рис. 2) при однакових ν= 8 і Π= 0,5 — для звичайних НЗК і для НЗК з ПР — наочно ілюструють зниження піків кутових прискорень веденої маси (утричі), зменшення амплітуди вільних коливань у другій і четвертій фазах (у сім разів), поліпшення кінематичних характеристик у першій і третій фазах.

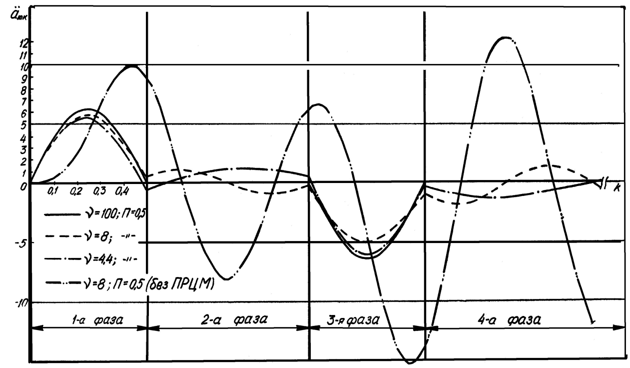

Рис. 2. Графіки інваріантів кутових прискорень веденої маси при варіюванні критерієм частотної подібності

Посилення жорсткості веденого валопроводу (ν = 100) ще більше зближує діаграму прискорень $a_{mк}$ з діаграмою прискорень C_k для синусоїди (відмінність у значеннях становить 0,05 %). При цьому вільні коливання в другій і четвертій фазах практично відсутні (величина їх амплітуди складає менше 1% порівняно з піком прискорень у першій і третій фазах).

Зменшення значення ν (до 4,4) впливає переважно на характер коливального процесу в другій і четвертій фазах, незначно — у першій і третій.

На рис. 3 наведено діаграми $a_{mк}$ для $\nu = 8$ при варіюванні критерію демпфування системи *П* у межах від 0 до 5. Із зменшенням втрат на тертя діаграми прискорень веденої маси наближаються до синусоїдальної форми, амплітуди вільних коливань у другій і четвертій фазах значно знижуються. При *П=0* пружні коливання відсутні і діаграма прискорень повністю відповідає синусоїді.

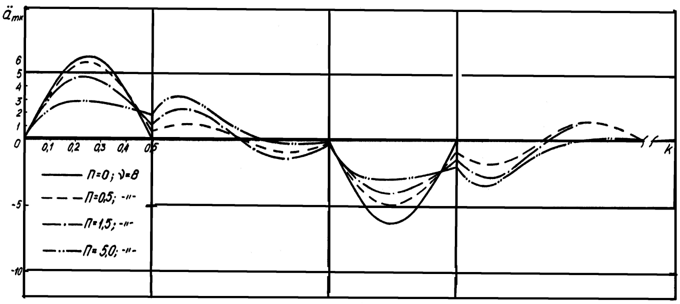

Рис.3. Графіки інваріантів кутових прискорень веденої маси при варіюванні критерієм демпфування

Таким чином, застосування ПР, особливо з малими втратами на тертя, а отже, з високим коефіцієнтом корисної дії, у достатньо широкій межі податливості веденого валопроводу поліпшує динаміку веденої системи й облагороджує закон її руху.

1. Стельмащук С. Г. Аналіз динамічних характеристик механізму неповнозубих коліс з кулачковим вмиканням // Наукові записки / УАД. 1999. Вип.1. С. 13–15. 2. Стельмащук С. Г. Динамика ведомой системы шагового механизма неполнозубых колес с кулачковым включением / Укрполиграфинститут им. Ив. Федорова. Львов, 1989. Рус. Деп. в УкрНИИНТИ 13.06.89, № 1641 — Ук 89.