№ 5. — С. 8–14. 3. Полюдов О. М. Нова технологія та пристрій для обробки корінця книжкового блока при незшивному клейовому скріпленні / О. М. Полюдов, О. Б. Книш // Друкарство. — 2002. — № 4. — С. 64–65. 4. Тир К. В. Механика полиграфических автоматов / Тир К. В. — М.: Книга, 1965. — 496 с.

РАСЧЕТ МОЩНОСТИ ПРИВОДА МЕХАНИЗМА НОЖА ПРИ ОБРАБОТКЕ КОРЕШКА ДИСКРЕТНО-КАСАТЕЛЬНЫМ СПОСОБОМ

Приведена методика расчета мощности привода механизма ножа, который применяется для обработки корешка при клеевом скреплении. Для этого експериментальную зависимость технологического усилия от времени описано полиномом 4-й степени, путем интегрирования которого определено работу резания, средний крутящий момент на валу двигателя и потребляемую мощность.

COMPUTATION OF POWER OF PRIVODA MECHANISM OF KNIFE AT TREATMENT OF COUNTERFOIL BY A DISCRETE-TANGENT METHOD

The method of calculation of power of drive mechanism of knife which is used for treatment of counterfoil at the glue fastening is said in the article. For this purpose experimental dependence of the technological loading on time is described the polynomial of 4th degree by integration of which work of cutting is certain, and consequently and middle rotational moment on the billow of engine and watts-in.

Стаття надійшла 20.02.09

УДК 539.3

В. М. Флячок

Українська академія друкарства

У. В. Жидик

Національний університет «Львівська політехніка»

РОЗРАХУНОК ШАРУВАТИХ АНІЗОТРОПНИХ ПЛАСТИНОК НА СТАТИЧНІ ТА ДИНАМІЧНІ НАВАНТАЖЕННЯ

Для неоднорідних анізотропних пластинок записано нестаціонарні рівняння пружності. Методами інтегральних перетворень Фур'є і Лапласа знайдено розв'язок динамічної задачі для ортогонально армованої шарнірно опертої прямокутної пластини.

Розрахунок, статичні навантаження, динамічні навантаження, шаруваті анізотропні пластинки

Прямокутні пластинки, як важливі елементи багатьох сучасних конструкцій, часто зазнають дії статичних і динамічних навантажень. Тому розрахунок напружено-деформованого стану та динамічної поведінки таких елементів конструкцій залишається проблемою, яка цікавить інженерів.

Більшість досліджень у цьому напрямку стосувалися однорідних конструкцій з ізотропного або ортотропного матеріалів. До цих досліджень слід віднести роботи [2, 4, 5], в яких запропоновано методи розрахунку пластинок з нескінченною поперечною жорсткістю на зсув і стиснення. Широке використання сучасних армованих волокнами композитних матеріалів з високою міцністю і великими потенційними можливостями щодо зменшення ваги конструкцій вимагає проведення відповідних досліджень з використанням теорії неоднорідних анізотропних пластин, яка б ураховувала суттєву анізотропію матеріалу, пов'язану з низькою зсувною жорсткістю [1, 3] і трансверсальною стисливістю.

У статті досліджуються шаруваті анізотропні прямокутні пластинки, на які діють статичні і динамічні навантаження. При цьому використовується математична модель, яка не накладає жодних обмежень на фізико-механічні характеристики матеріалу шарів.

Розглянемо прямокутну з розмірами $a_1 \times a_2$ пластинку сталої товщини $2h$, складену зі скінченної кількості жорстко з'єднаних між собою шарів однакової товщини. Шари виготовлені з армованого волокнами матеріалу, причому напрям волокон кожного шару утворює кут 0^o або 90^o з осями пластинки. Шари розміщені симетрично відносно серединної поверхні. Точки простору пластинки віднесемо до декартової системи координат x_1, x_2, z. Цим координатам надалі відповідатимуть індекси 1, 2, 3. Кома перед індексами 1, 2 позначатиме частинні похідні за координатами x_1, x_2, відповідно, а крапка над функцією — похідну за часом τ.

Нехай пластинка перебуває під дією зовнішнього силового навантаження, яке залежить від координат і часу. Поведінку такої пластинки дослідимо на основі двовимірних рівнянь руху в узагальнених переміщеннях, які виведемо з тривимірних, записаних для неоднорідного анізотропного тіла, використовуючи гіпотезу про лінійний характер розподілу усіх компонент вектора переміщення по товщині. У результаті для згину пластинки одержимо таку систему рівнянь:

$$
\begin{aligned}
&k'A_{55}w_{,11} + k'A_{44}w_{,22} + k'A_{55}\gamma_{1,1} + k'A_{44}\gamma_{2,2} = I_1\ddot{w} - q_3, \\
&-k'A_{55}w_{,1} + D_{11}\gamma_{1,11} + D_{66}\gamma_{1,22} - k'A_{55}\gamma_1 + \left(D_{12} + D_{66}\right)\gamma_{2,12} = I_3\ddot{\gamma}_1, \\
&-k'A_{44}w_{,2} + D_{22}\gamma_{2,22} + D_{66}\gamma_{2,11} - k'A_{44}\gamma_2 + \left(D_{12} + D_{66}\right)\gamma_{1,12} = I_3\ddot{\gamma}_2,
\end{aligned} \qquad (1)
$$

де

$$
A_{ij} = \int_{-h}^{h} c_{ij}\, dz \quad (i, j = 4,5); \; D_{ij} = \int_{-h}^{h} c_{ij}\, z^2 dz \quad (i, j = 1,2,6); \; (I_1, I_3) = \int_{-h}^{h} \rho \left(1, z^2\right) dz;
$$

w — прогин пластини; γ_1, γ_2 — кути повороту нормалі; k' — коефіцієнт зсуву; q_3 — приведена до серединної поверхні нормальна компонента зовнішнього навантаження; ρ — густина матеріалу.

Нехай краї пластинки шарнірно оперті. Тоді граничні умови мають вигляд:

$$\text{при } x_1 = 0 \text{ і } x_1 = a_1: \; w = \gamma_2 = M_{11} = 0, \tag{2}$$

$$\text{при } x_2 = 0 \text{ і } x_2 = a_2: \; w = \gamma_1 = M_{22} = 0, \tag{3}$$

У початковий момент пластинка знаходиться в спокої. Починаючи з часу $\tau = 0,$ на пластинку діє нормальне поперечне навантаження, яке є функцією координат і часу $q_3 = q_3(x_1, x_2, \tau).$

Розв'язок рівнянь (1), який задовольняє граничним умовам (2), (3), шукаємо у вигляді

$$\begin{aligned} w(x_1,x_2,\tau) &= \sum_m^\infty \sum_n^\infty W_{mn}(\tau) sin(m\pi x_1/a_1) sin(n\pi x_2/a_2), \\ \gamma_1(x_1,x_2,\tau) &= \sum_m^\infty \sum_n^\infty \Gamma_{1mn}(\tau) cos(m\pi x_1/a_1) sin(n\pi x_2/a_2), \\ \gamma_2(x_1,x_2,\tau) &= \sum_m^\infty \sum_n^\infty \Gamma_{2mn}(\tau) sin(m\pi x_1/a_1) cos(n\pi x_2/a_2). \end{aligned} \tag{4}$$

Аналогічно розвиваємо в ряди Фур'є зовнішнє навантаження

$$q_3(x_1,x_2,\tau) = \sum_m^\infty \sum_n^\infty Q_{mn}(\tau) sin(m\pi x_1/a_1) sin(n\pi x_2/a_2), \tag{5}$$

де коефіцієнти Фур'є визначаються за формулою

$$Q_{mn}(\tau) = \frac{4}{a_1 a_2} \int_0^{a_1} \int_0^{a_2} q_3 \, sin(m\pi x_1/a_1) sin(n\pi x_2/a_2) dx_1 dx_2. \tag{6}$$

Підставляючи (4) і (5) у систему (1) і використовуючи інтегральне перетворення Лапласа за часом при однорідних початкових умовах, одержимо систему алгебраїчних рівнянь для визначення зображень шуканих функцій $\overline{W}_{mn}(p), \overline{\Gamma}_{1mn}(p), \overline{\Gamma}_{2mn}(p).$ Розв'язок цієї системи, наприклад, для прогину запишемо у вигляді

$$\overline{W}_{mn}(p) = \frac{\overline{Q}_{mn}(p) D_1(p)}{D(p)}, \tag{7}$$

де рискою зверху позначено лапласові зображення; p — параметр перетворення; $D(p)$ — визначник системи; $D_1(p)$ — алгебраїчне доповнення до елемента a_{11} матриці системи.

Застосовуючи обернене перетворення Лапласа до (7), за допомогою теореми про згортку, знайдемо оригінал шуканої функції

$$W_{mn}(\tau)=\sum_{i=1}^{3}\frac{D_1(\omega_i)}{\omega_i\left(\omega_j^2-\omega_i^2\right)\left(\omega_k^2-\omega_i^2\right)}\int_0^{\tau}Q_{mn}(v)\sin\omega_i(\tau-v)dv\quad(i\neq j\neq k),\qquad(8)$$

де ω_i — додатні корені частотного рівняння $D(\omega)=0$.

Очевидно, для різного розподілу зовнішнього навантаження $q_3(x_1,x_2,\tau)$ у площині пластинки одержуватимемо неоднакові вирази для Q_{mn}, а, отже, і різний розв'язок задачі. Наприклад, у випадку рівномірного розподілу навантаження по всій поверхні з інтенсивністю q^* з (6) отримаємо

$$Q_{mn}=\frac{4q^*}{mn\pi^2}(1-\cos\pi m)(1-\cos\pi n).$$

Якщо зусилля рівномірно розподілене по прямокутній області $2d_1\times 2d_2$ з центром у точці x_1^0, x_2^0,, то Q_{mn} матиме вигляд

$$Q_{mn}=\frac{16q^*}{mn\pi^2}\sin\frac{\pi m x_1^0}{a_1}\sin\frac{\pi n x_2^0}{a_2}\sin\frac{\pi m d_1}{a_1}\sin\frac{\pi n d_2}{a_2}.$$

Аналогічно можна знайти вирази Q_{mn} і при інших способах розподілу навантаження.

Для різних залежностей навантаження від часу розв'язки будуть змінюватися за рахунок різних результатів обчислення інтеграла згортки, що входить у (8).

Числові дослідження проводилися для двошарової антисиметричної *(0º/90º),* тришарової симетричної *(0º/90º/0º),* чотиришарової симетричної *(0º/90º/90º/0º)* та однорідної пластинок. За матеріал кожного шару брали графітоепоксидний композит, армований волокнами з такими пружними характеристиками: $E_1 = 25E_2$, $G_{12} = G_{13} = 0{,}5E_2$, $G_{23} = 0{,}2E_2$, $\nu_{12}=\nu_{13}=0{,}25$, $\rho=1$. Обчислення проводилися в центрі квадратної пластинки $(a_1/a_2 = 1)$ при $h/a_1 = 0{,}05$ для випадків рівномірного і синусоїдального розподілу навантаження по всій її поверхні, а також для випадку локального розподілу навантаження по прямокутній області $0{,}5a_1\times 0{,}5a_2$ з центром у точці $x_1 = 0{,}5a_1$; $x_2 = 0{,}5a_2$. Деякі числові результати для максимального безрозмірного прогину $w'=-\frac{wE_2}{q^*a_1}$ наведено в таблиці.

Спосіб розподілу навантаження	Тип пластинок			
	(0º/90º)	*(0º/90º/0º)*	*(0º/90º/90º/0º)*	однорідна
Рівномірний	18, 698	10,987	10,268	8,659
Синусоїдальний	12,158	7,118	6, 936	5,458
Локальний	8,472	2,175	1,897	1,261

З аналізу розв'язків і числових результатів випливає, що неоднорідність пластини зменшує її ефективну жорсткість. Ступінь цього зменшення залежить від кількості шарів, способу їх розміщення, величини анізотропії матеріалу та способу прикладання навантаження.

1. Алфутов Н. А. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов / Н. А. Алфутов, П. А. Зиновьев, Б. Г. Попов. — М.: Машиностроение, 1984. — 264 с. 2. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных пластин / С. А. Амбарцумян. — М.: Физматгиз, 1967. — 218 с. 3. Композиционные материалы: справ. / [В. В. Васильев, В. Д. Протасов, В. В. Болотин и др.]; под ред. В. В. Васильева, Ю. М. Тарнопольского. — М.: Машиностроение, 1990. — 512 с. 4. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела / С. Г. Лехницкий. — М.: Наука, 1977. — 416 с. 5. Тимошенко С. П. Пластинки и оболочки / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. — М.: Физматгиз, 1963. — 636 с.

РАСЧЕТ СЛОИСТЫХ АНИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИНОК НА СТАТИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ

Для неоднородных анизотропных пластинок приведены нестационарные уравнения упругости. Методами интегральных преобразований Фурье и Лапласа найдено решение динамической задачи для ортогонально армированной шарнирно опертой прямоугольной пластинки.

ANALYSIS LAMINATED ANISOTROPIC PLATES SUBJECT TO STATIC AND DYNAMIC LOADS

For heterogeneous anisotropic plates the non-stationary equations elasticity are written down. By the integral Fourier and Laplace transformations the solution to dynamic problem for finite freely supported plate cross-ply laminates is obtained.

Стаття надійшла 22.01.09