УДК 620. 192.46

ГРАНИЧНІ ЗУСИЛЛЯ ПРИ ЗГИНІ БАЛОК, ПОСЛАБЛЕНИХ ДЕФЕКТАМИ ТИПУ ТРІЩИН

Б.Л. Лозовий, Я.С. Пушак

На основі моделі ідеально крихкого тіла з використанням методу Мусхелішвілі дано розв'язок задачі про напружено-деформований і гранично-рівноважний стан балки, послабленої прямолінійною тріщиною.

На основании модели идеально хрупкого тела с использованием метода Мусхелишвили дано решение задачи о напряженно-деформированном и предельно-уравновешенном состоянии балки, ослабленной прямолинейной трещиной.

Нехай пружна ізотропна балка знаходиться під дією зовнішніх згинаючих зусиль, прикладених в її середній площині. Припустимо, що зовнішні навантаження на балку такі, для яких комплексні потенціали Колосова—Мусхелішвілі мають вигляд поліномів. Балка послаблена прямолінійною тріщиною, розташованою в розтягнутій зоні перпендикулярно до її бокових поверхонь. Треба визначити напружено-деформований стан у даній балці та величину зовнішніх граничних навантажень, при досягненні яких пружна рівновага в балці стає нестійкою і тріщина почне поширюватись на перерізі балки.

Розв'язок цієї задачі здійснено на основі моделі ідеально крихкого тіла [2] з використанням методу Мусхелішвілі [3].

Згідно з властивостями цієї моделі, під дією розтягуючих напружень в околі кінців тріщини виникають зони послаблених зв'язків, які можна трактувати як ультрамікротріщини, протилежні стінки яких притягуються з постійними напруженнями σ_0, поки відстань між її стінками не перевищить деякої сталої величини δ_k. Величина δ_k визначається через напруження σ_0 та інтенсивність поверхневої енергії T даного матеріалу такою рівністю [2]:

$$\delta_k = \frac{2T}{\sigma_0}. \tag{1}$$

Якщо позначити кінці тріщини a і b (a<b) та відповідні кінці мікротріщин a, a_0, b_0, b, , то тріщина з кінцями a_0, b_0 почне поширюватись при виконанні рівності [2]

$$\max\left\{ 2\,v(a_0);\ 2\,v(b_0) \right\} = \delta_k, \tag{2}$$

де $2v(x)$ — відстань між двома протилежними стінками тріщини в точках з абсцисою x $(a < x < b)$, причому функція $v(x)$ задовольняє на кінцях умовні плавності змикання тріщини, тобто

$$\frac{dv}{dx}\Big|_{x=a} = 0\,, \quad \frac{dv}{dx}\Big|_{x=b} = 0\,. \tag{3}$$

Таким чином, сформульована задача зводиться до розв'язання наступної задачі теорії пружності. У пружній балці, що знаходиться під дією зовнішнього згинаючого навантаження, є прямолінійний розріз (математична тріщина) вздовж осі OX $(a < x < b)$. На поверхні розрізу задані граничні умови:

$$\text{при } a < x < a_0,\ b_0 < x < b \qquad Y_y^+(x,0) = Y_y^-(x,0) = \sigma_0\,; \tag{4}$$

$$\text{при } a_0 < x < b_0 \qquad Y_y^+(x,0) = Y_y^-(x,0) = 0\,; \tag{5}$$

$$\text{при } a \le x \le b \qquad Y_y^+(x,0) = X_y^-(x,0) = 0\,. \tag{6}$$

Треба визначити напружено-деформований стан у балці з розрізом ($a \le x \le b$), коли на контурі розрізу задані граничні умови (4)—(6), а на балку діють зовнішні згинаючі навантаження [2].

Використовуючи метод лінійного спряження [3] і вимагаючи, щоб на контурі розрізу виконувались граничні умови (4)—(6), а на значній відстані від тріщини напружено-деформований стан збігався з напружено-деформованим станом такої ж балки без тріщини, одержуємо функції Колосова—Мусхелішвілі в такому вигляді:

$$\Phi(z) = f(z) + \frac{P_n(z)}{\sqrt{(z-a)(z-b)}} + \frac{1}{2}[\Phi_0(z) - \Omega_0(z)];$$

$$\Omega(z) = f(z) + \frac{P_n(z)}{\sqrt{(z-a)(z-b)}} - \frac{1}{2}[\Phi_0(z) - \Omega_0(z)], \tag{7}$$

де $\Phi_0(z)$, $\Omega_0(z)$ — функції, що визначають напружено-деформований стан у балці без тріщини; $P_n(z)$ — многочлен, коефіцієнти якого визначаються з умови ідентичності в околі нескінчено віддаленої точки напружено-деформованих станів, що визначаються функціями $\Phi(z)$, $\Omega(z)$ і $\Phi_0(z)$, $\Omega_0(z)$; f(z) — функція, що виражається через ірраціональні функції, обернені тригонометричні функції та узагальнену функцію Гріна [1].

Визначаючи на основі формул Мусхелішвілі [3] і формул (7) величину пружних зміщень стінок тріщини $v(x)$, з формул (2) можна знайти критичні навантаження на балку з тріщиною.

1. Лозовий Б.Л., Панасюк В.В. Определение предельной нагрузки при изгибе полосы с нецентрально расположенной трещиной. 1963. № 2. 2. Леонов М.Я., Панасюк В.В. Розвиток тріщини, яка має в плані форму круга // ДАН УРСР. 1961. № 2. 3. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., 1954.