

К. В. Тир, Б. Л. Лозовой

ОЦЕНКА СУММАРНОЙ НАГРУЗКИ НА ПЕЧАТНЫЙ ЦИЛИНДР

Точная оценка суммарной нагрузки необходима для проведения расчета печатного цилиндра на прочность (жесткость), а также для энергетического расчета печатной машины.

В основу оценки суммарной нагрузки на печатный цилиндр следует положить в общем случае нелинейную зависимость напряжений от возникающих деформаций сжатия тонкой покрышки из упруго-пластичных материалов (типа бумаги, резиновой ткани, пробковой пластины, синтетических материалов и др.).

Эта зависимость имеет вид:

$$\sigma = \sqrt[m]{E' \frac{z}{\delta}} \quad (\text{кг/см}^2), \quad (1)$$

где E' — условный модуль упругости покрышки в $\text{кгм/см}^2\text{м}$;

δ — начальная толщина покрышки (см);

m — показатель степени нелинейной зависимости (1), причем для материалов органического происхождения перечисленных видов $0 < m < 1$;

$z = \overline{cd}$ — (рис. 1) деформация покрышки в см.

При рассмотрении геометрии деформированной поверхности цилиндра, покрытого упруго-пластической покрышкой, в работе [1] с целью упрощения выводов дуги co_2 и do_2 были спрямлены, деформации покрышки были приняты по направлениям, параллельным линии центров O_1O_2 (рис. 1).

Такое упрощение, заведомо сокращающее величины расчетных деформаций:

$$z = \frac{b-x}{b} z_m = \left(1 - \frac{x}{b}\right) z_m,$$

давало заниженную оценку суммарной нагрузки на печатный цилиндр, а поэтому в расчетную формулу был введен корректировочный коэффициент $4/3$, определенный точно математически

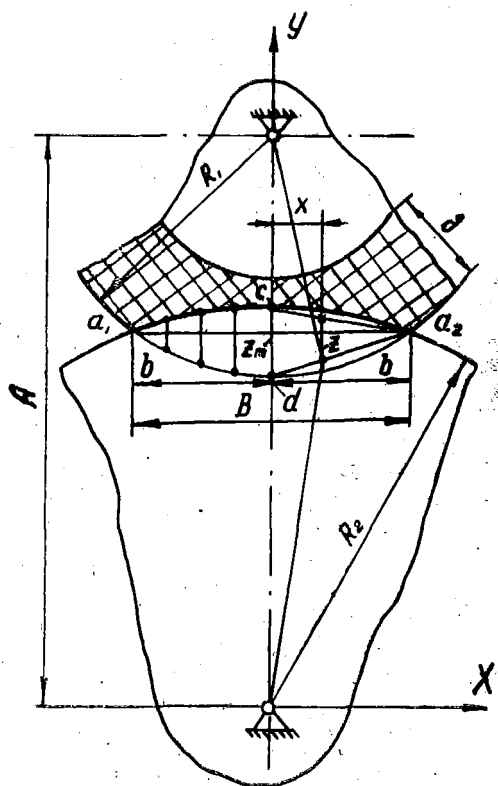


Рис. 1.

для частного-предельного случая $m=1$. В результате была получена простая расчетная «рабочая» формула вида:

$$Q_{\Sigma} = \frac{4}{3} 2lb\sigma_m \int_0^b \left(1 - \frac{x}{b}\right)^{\frac{1}{m}} dx = \frac{4}{3} \frac{m}{m+1} \sigma_m Bl = Bl\sigma_{cp}, \quad (2)$$

где

$$\sigma_{cp} = \frac{4}{3} \frac{m}{m+1} \sigma_m.$$

В дальнейшем при проведении экспериментальной проверки было замечено, что формула (2) в общем удовлетворительна, но, практически, истинные суммарные нагрузки в отдельных случаях имели разброс в пределах до 25%.

Этот разброс связан как с погрешностями, свойственными проведению любого экспериментального исследования, так и с отличием истинной картины явлений от абстрагированной и упрощенной геометрической схемы, принятой при выводе формулы (2). В частности, при выводе последней не учитывается также влияние коэффициента Пуассона, сказывающегося в некотором выпучивании покрышки в стороны и увеличении ширины полосы B . Фактически это влияние заметно.

Однако для дальнейшего исследования явлений, сопровождающих цикл печатного контакта, в первую очередь необходимо уточнить заведомо грубо приближенную «рабочую» формулу (2) для оценки суммарной нагрузки на печатный цилиндр.

Этой цели и посвящены материалы данной статьи.

В дальнейшем величины деформаций будем определять следующим образом.

Выбрав систему координат, как указано на рис. 1, запишем уравнения окружности с радиусами R_1 и R_2 в виде:

$$x^2 + y^2 = R_2^2 \quad (3)$$

и

$$x^2 + (y - A)^2 = R_1^2;$$

или:

$$y_2 = \sqrt{R_2^2 - x^2}$$

и

$$y_1 = A - \sqrt{R_1^2 - x^2}.$$

С учетом (3) определяется частная деформация покрышки z , как функции абсциссы деформируемой точки:

$$z = \sqrt{R_1^2 - x^2} + \sqrt{R_2^2 - x^2} - A. \quad (4)$$

Введя в расчет (4), перепишем формулу (1) в виде:

$$\sigma = \sqrt[n]{\frac{E'}{\delta} (\sqrt{R_1^2 - x^2} + \sqrt{R_2^2 - x^2} - A)}. \quad (5)$$

Величина суммарной нагрузки Q_Σ определяется интегрированием элементарных нагрузок:

$$Q_\Sigma = 2l \int_0^b \sigma dx, \quad (6)$$

где l — длина линии контакта вдоль образующей цилиндра, а $2b = B$.

Ширина полоски контакта определяется из условий пересечения окружностей (3).

Введя обозначения

$$\frac{1}{m} = p$$

и подставляя значение (5) в формулу (6), получаем следующее интегральное выражение для суммарной нагрузки Q_{Σ}

$$Q_{\Sigma} = 2l \left(\frac{E'}{\delta} \right)^p \int_0^b (\sqrt{R_1^2 - x^2} + \sqrt{R_2^2 - x^2} - A)^p dx. \quad (7)$$

Так как интеграл

$$Y(p) = \int_0^b (\sqrt{R_1^2 - x^2} + \sqrt{R_2^2 - x^2} - A)^p dx \quad (8)$$

не берется в замкнутом виде, то вычисление его проведем приближенно, пользуясь известной формулой Симпсона (с параболическим интерполированием) [2]:

$$Y(p) = \int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6n} [y_0 + y_{2n} + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2n-2}) + \\ + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2n-1})], \quad (9)$$

где $2n$ — число участков, принятое при приближенном интегрировании;

$$a=0; b=b; y_0=z_m^p; y_{2n}=0; y_1=z_1^p \text{ и т. д.}$$

Взяв в формуле (9) величину $n=2$, т. е. разбивая интервал интегрирования на 4 участка величиной $\frac{b}{4}$ каждый, определим:

$$y_0 = z_m^p = (R_1 + R_2 - A)^p, \text{ где } R_1 + R_2 - A = z_m; \\ y_1 = z_1^p = \left(\sqrt{R_1^2 - \frac{b^2}{16}} + \sqrt{R_2^2 - \frac{b^2}{16}} - A \right)^p; \\ y_2 = z_2^p = \left(\sqrt{R_1^2 - \frac{b^2}{4}} + \sqrt{R_2^2 - \frac{b^2}{4}} - A \right)^p; \\ y_3 = z_3^p = \left(\sqrt{R_1^2 - \frac{9b^2}{16}} + \sqrt{R_2^2 - \frac{9b^2}{16}} - A \right)^p; \\ y_4 = z_4^p = (\sqrt{R_1^2 - b^2} + \sqrt{R_2^2 - b^2} - A)^p = 0. \quad (10)$$

Подставляя (10) в формулу (9), находим:

$$Y(p) = \frac{b}{12} \left\{ (R_1 + R_2 - A)^p + 2 \left(\sqrt{R_1^2 - \frac{b^2}{4}} + \sqrt{R_2^2 - \frac{b^2}{4}} - A \right)^p + \right. \\ \left. + 4 \left[\left(\sqrt{R_1^2 - \frac{b^2}{16}} + \sqrt{R_2^2 - \frac{b^2}{16}} - A \right)^p + \left(\sqrt{R_1^2 - \frac{9b^2}{16}} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \sqrt{R_2^2 - \frac{9b^2}{16}} - A \right)^p \right] \right\}. \quad (11)$$

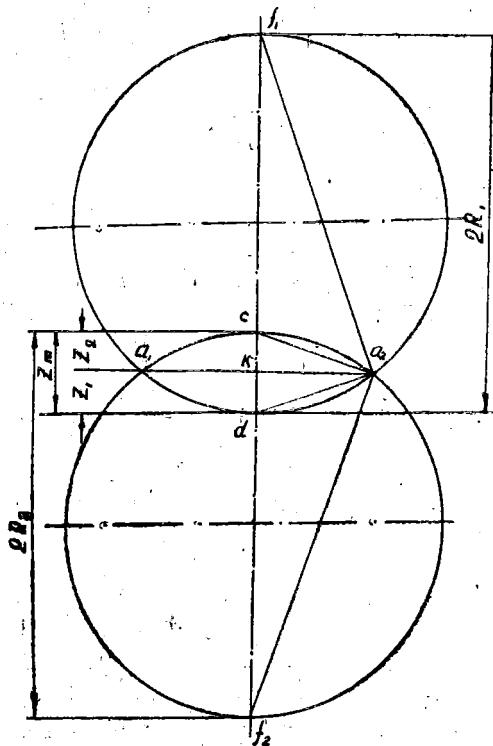


Рис. 2.

Формула (11) может быть значительно упрощена, если учесть, что, как следует из геометрической схемы (рис. 2):

$$\frac{\overline{kd}}{\overline{ka_2}} = \frac{\overline{ka_2}}{\overline{f_1d} - \overline{kd}},$$

или

$$b^2 = 2R_1 z_1 - z_1^2 \approx 2R_1 z_1;$$

и по аналогии:

$$b^2 \approx 2R_2 z_2,$$

а, следовательно:

$$z_m = z_1 + z_2 = \frac{b^2(R_1 + R_2)}{2R_1 R_2} = b^2 k_{\text{ср}}, \quad (12)$$

где $k_{\text{ср}}$ представляет среднюю кривизну контактирующих поверхностей:

$$k_{\text{ср}} = \frac{k_1 + k_2}{2} = \frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}{2} = \frac{R_1 + R_2}{2R_1 R_2}, \quad (13)$$

откуда

$$b^2 = \frac{z_m}{k_{\text{ср}}}. \quad (14)$$

Вынося, кроме того, величины R_1 и R_2 из под знаков радикала найдем:

$$\sqrt{R_1^2 - \frac{b^2}{4}} = R_1 \sqrt{1 - \frac{b^2}{4R_1^2}} \approx R_1 \left(1 - \frac{b^2}{8R_1^2}\right), \quad (15)$$

и, следовательно:

$$\sqrt{R_2^2 - \frac{b^2}{4}} = R_2 \sqrt{1 - \frac{b^2}{4R_2^2}} \approx R_2 \left(1 - \frac{b^2}{8R_2^2}\right).$$

и т. д.

С учетом приближенных формул (12) и (15), формула для интеграла $Y_{(p)}$ (11) приводится к виду:

$$Y_{(p)} = \frac{bz_m^p}{12} \left[1 + 2 \left(\frac{3}{4} \right)^p + 4 \left(\frac{15}{16} \right)^p + 4 \left(\frac{7}{16} \right)^p \right]. \quad (16)$$

Как известно, при использовании приближенной формулы Симпсона разность R_{n_1} между точным и приближенным значением определенного интеграла оценивается величиной [2]:

$$R_{n_1} = -\frac{(b-a)^5}{2880n_1^4} f^{IV}(\bar{x}),$$

где n_1 — число равных участков, принятых при приближенном расчете величины $Y_{(p)}$,

$\bar{x}$ — абсцисса ($0 < x < b$), где $f^{IV}(x)$ — четвертая производная от функции

$$f(x) = (\sqrt{R_1^2 - x^2} + \sqrt{R_2^2 - x^2} - A)^p$$

принимает наибольшее значение.

Определение R_{n_1} для рассматриваемого случая приводит к решению:

$$R_{n_1} = -\frac{b^{2p+1}}{2880n_1^4} \left\{ 6\rho k_{cp}^p \left[2(p-1) - 4b^2 k_{cp}^2 + 3 \frac{b^2}{R_1 R_2} \right] \right\}. \quad (17)$$

Подстановка реальных наиболее невыгодных условий приводит к заключению, что величина $R_{n_1} < 0,000005 \text{ см} \frac{m+1}{m}$. Это доказывает высокую точность формулы (16).

Формула (7) после подстановки найденной величины определенного интеграла (16) преобразуется к виду:

$$Q_{\Sigma} = 2bl\sigma_m \frac{1}{12} [1 + 2 \times 0,75^p + 4 \times 0,937^p + 4 \times 0,437^p] = \\ = Bl\sigma_{cp} = \psi Bl\sigma_m, \quad (18)$$

где $\sigma_m = \left(\frac{E' z_m}{\delta} \right)^p$ — максимальное напряжение сжатия покрышки;

$B = 2b$ — ширина полосы контакта;

$\sigma_{cp} = \psi \sigma_m$ — среднее напряжение сжатия покрышки, интегральное для всей площадки контакта (Bl).

Исследование физических констант (E' и m) для различных сортов свежей печатной бумаги отечественного производства были проведены группой студентов — членов кружка студенческого научного общества при кафедре полиграфических машин УПИ в 1954 г. Сжатию подвергались образцы в виде квадратных пачек листов испытываемой бумаги, толщиной 2 мм, площадь давящей круглой плашки 25 см². В таблице 1 указаны наименования испытанных сортов бумаги и их физические константы m и E' , необходимые для расчетов.

Таблица 1.

Исследованные сорта бумаги и значения их физических констант

№№ п/п	Наименование сорта бумаги	Значения	
		E'	m
1	Писчая № 1 ГОСТ 3331-46 (Вильнюсская ф-ка)	105	0,586
2	Печатная № 1 ГОСТ 5621-53 (Вишерская ф-ка)	37	0,382
3	Афишная ОСТ НК ЛЕС 256	12,8	0,387
4	Роторная ОСТ 3707	11	0,426
5	Газетная ГОСТ 6445-53	8,3	0,346
6	Литографская № 1 ГОСТ 5621-53	26	0,108
7	Печатная № 1 ГОСТ 5621-53 (Знаменская ф-ка)	103	0,640
8	Печатная № 1 ГОСТ 5621-53	47,8	0,482
9	Печатная № 1 ГОСТ 5621-53 (Стайцевская ф-ка)	15	0,171
10	Офсетная ГОСТ 5621-53	48	0,552

Заметим, что коэффициент:

$$\psi = \frac{\sigma_{cp}}{\sigma_m} = \frac{1 + 2 \times 0,75^p + 4 \times 0,937^p + 4 \times 0,437^p}{12} \quad (19)$$

является функцией физических свойств покрышки, определяющих значение $p = \frac{1}{m}$.

На рис. 3 для целей практического использования приведена зависимость $\psi(m)$, позволяющая определить путем соответ-

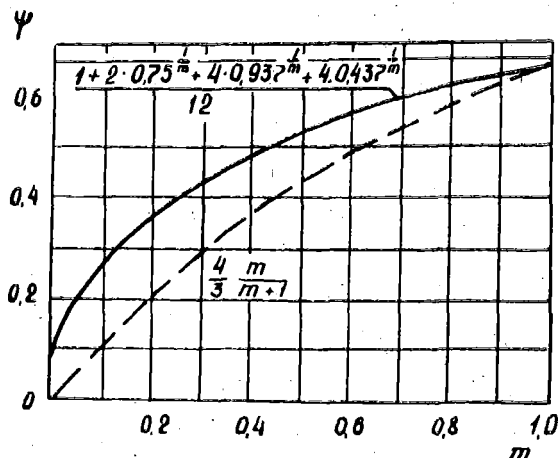


Рис. 3.

ствующего отсчета расчетные значения коэффициента ψ для подстановки в формулу (18). Пунктиром там же нанесена зависимость $\frac{4}{3} \frac{m}{m+1}$, фигурирующая в приближенной формуле (2), значительно недооценивающая суммарную нагрузку при малых значениях m .

Ширина полосы контакта (B) для подстановки в формулу (18) определяется с учетом формулы (14):

$$B = 2b = 2 \sqrt{\frac{z_m}{k_{cp}}}, \quad (20)$$

где k_{cp} — средняя кривизна по формуле (13).

При введении $R_2 = i R_1$ ($i = \frac{R_2}{R_1}$ — передаточное число):
при $i = 1$ (современные ротационные машины)

$$B_{рот.} = 2 \sqrt{z_m R};$$

при $i = \infty$ (плоскопечатные машины)

$$B_{плоск.} = 2 \sqrt{2 z_m R}. \quad (21)$$

Из формулы (18) следует, что погонная нагрузка, т. е. нагрузка на 1 см длины печатного цилиндра в зоне контакта, составляет:

$$q = \frac{Q_{\Sigma}}{l} = 2\psi \sqrt{\frac{z_m}{k_{cp}}} \sigma_m =$$

$$= \frac{1 + 2 \times 0,75^m + 4 \times 0,937^m + 4 \times 0,437^m}{6} \sqrt{\frac{z_m}{k_{cp}}} \sigma_m,$$

где $z_m = \frac{\delta \sigma_m}{E'}$. (22)

Таким образом, погонная нагрузка на печатный цилиндр является функцией не только максимального удельного давления (σ_m), при заданной средней кривизне k_{cp} , но и физических свойств упругой пластической покрывки (E' , m).

Воспользовавшись полученным уточнением величины среднего удельного давления, мы подсчитали значения погонной нагрузки на печатный цилиндр для случая двухоборотной плоскопечатной машины типа «ДПП» ($R=27$ см; $k_{cp} = \frac{1}{2R} = 0,0185$ 1/см) при различных однородных покрывках, выполненных из исследованных отечественных сортов бумаги.

Результаты произведенных расчетов $q[\sigma_m]$ приведены на рис. 4-а, попутно на рис. 4-б приведены значения максимальных деформаций (z_m) для исследованных сортов бумаги при создании необходимого максимального удельного давления $[\sigma_m]$.

Суммарная нагрузка на печатный цилиндр Q_{Σ} прямо пропорциональна погонной нагрузке q . С увеличением Q_{Σ} повышаются собственные деформации системы печатного прессы (девиации печатного цилиндра и его оси, деформации стенок, цилиндра, талера и т. д.), компенсируемые соответствующей приправкой, качество печати понижается. При увеличении максимальных деформаций упруго-пластической покрывки (декеля) увеличивается рельеф на обратной стороне отиска и относительное скольжение бумаги по форме, существенно ухудшается качество печати [3].

Поэтому понятно стремление к использованию при печати более жестких декелей, а также запрещение производственно-техническими инструкциями применения при печати мягких декелей. Однако при применении особо жестких декелей чрезвычайно затрудняется приправка.

Анализ графиков $q(\sigma_m)$ и $z_m(\sigma_m)$ (рис. 4) свидетельствует о целесообразности применения, с учетом необходимости сокращения нагрузок на печатный цилиндр ($q \leq 50-60$ кг/см) и максимальных деформаций ($z_m \leq 0,25-0,30$ мм), упруго-пласти-

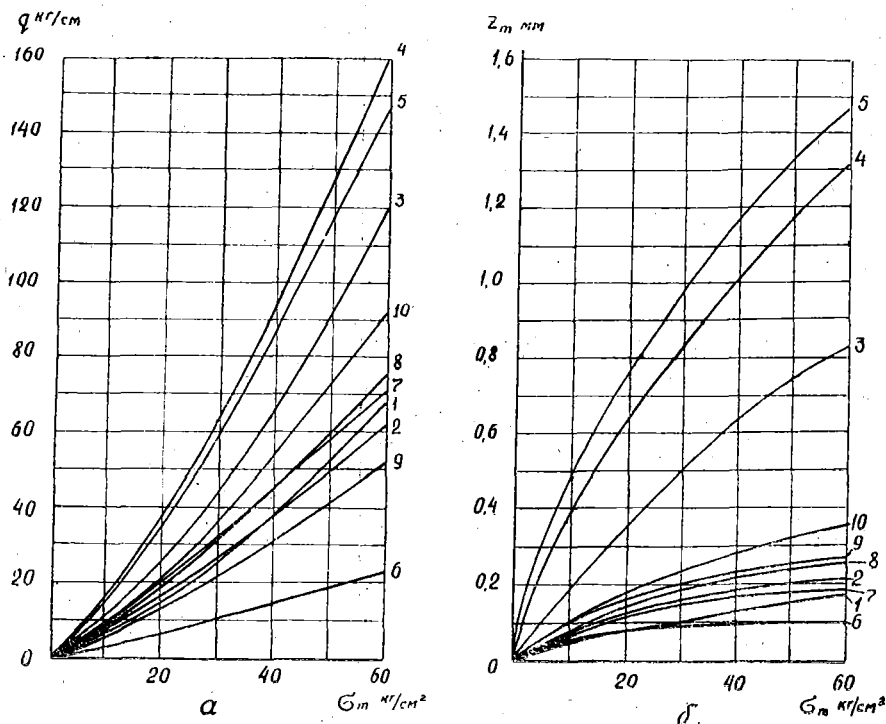


Рис. 4.

ческих покрышек, соответствующих по своим физическим данным декелю из 3—4 листов литографской бумаги 6 (нижняя часть покрышки) и остальное печатной бумаги 1 (кривые 2, 7, 8, 9), частично заменяемой писчей бумагой в случаях иллюстрационной печати.

ВЫВОДЫ

1. В статье дана практически точная оценка суммарной нагрузки на печатный цилиндр с учетом нелинейной зависимости напряжений сжатия от деформации его упруго-пластической покрышки.

2. Показано, что приближенный расчет суммарной нагрузки на печатный цилиндр по формуле $Q_z = \frac{4}{3} \frac{m}{m+1} B l \sigma_m$ существенно

недооценивает действительную теоретическую нагрузку (совпадение результатов имеет место лишь при $m=1$).

3. Составлены графики изменения отношения $\psi = \frac{\sigma_{op}}{\sigma_m}$, в зависимости от значений физической константы m , а также графики зависимостей погонной нагрузки на печатный цилиндр (q) и, попутно, максимальной деформации покрышки (z_m) от максимального удельного давления при печати (σ_m). Эти графики окажут пользу конструкторам при практических расчетах печатных машин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тир К. В. О нагрузках, возникающих при печати на печатных машинах. Сборник трудов УНИИПП, вып. I, 1937.
 2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. II, ОГИЗ ГОСТЕХИЗДАТ, 1948.
 3. Тир К. В. Кинематика печатного контакта. Научные записки УПИ им. Ивана Федорова, т. XI, 1955.
-