4) Вивчення розповсюдження в часі температури в різних точках плити є важливим, оскільки зіставлення температурних кривих різних точок плити дає можливість встановити напрямок градієнта температури. Це дозволяє: керувати даним тепловим процесом, особливо при локальному нагріві [4]; вибрати оптимальний режим сушіння, тобто такий режим, який дає можливість отримувати високоякісний поліграфічний матеріал при мінімальних часі видалення вологи і затратах енергії.

1. Диткин В. А., Прудников А. П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. М., 1974. 2. Дуб Я. І., Огірко І. В, Ясінський М. Ф. Математичне моделювання друкарських форм. Львів, 1994. 3. Дьюли У. Лазерная технология и анализ материалов. М., 1986. 4. Коляно Я. Ю. Нестаціонарна задача термопружності для шару при локальній дії концентрованого потоку тепла // Матеріали VII міжнар. наук. конф. «Математичні проблеми механіки неоднорідних структур». Львів, 2006. Т.1. С. 200–203. 5. Лыков В. А. Теория теплопроводности. М., 1967. 6. Подстригач Я. С., Ломакин В. А., Коляно Ю. М. Термоупругость тел неоднородной структуры. М., 1984. 7. Шот Р. І., Стрепко І. Т. Теплові процеси в поліграфії: Навч. посіб. Львів, 1998.

УДК 512.546

Н. М. Пирч

Українська академія друкарства

М-ЕКВІВАЛЕНТНІСТЬ І НЕСКІНЧЕННІ ОБ’ЄДНАННЯ ТИХОНОВСЬКИХ ПРОСТОРІВ

Розглядається застосування методу паралельних ретрактів, запропонованого О. Г. Окунєвим, до ізоморфної класифікації вільних топологічних груп просторів, які є нескінченними диз’юнктними об’єднаннями своїх підпросторів.

We consider applications of the parallel retracts method, proposed by O. G. Okunev, to isomorphic classification of the free topological groups of the spaces which are infinite disjoint sum of its subspaces.

М-еквівалентність двох тихоновських просторів означає ізоморфність їхніх вільних топологічних груп у сенсі Маркова [2]. У цій роботі розглянемо застосування методу паралельних ретрактів до класифікації вільних топологічних груп просторів, що є нескінченними диз’юнктними об’єднаннями своїх підпросторів. Позначимо через N множину натуральних чисел з дискретною топологією. Для топологічного простору X через X^+ будемо позначати простір, утворений додаванням до простору однієї ізольованої точки. Відношення М-еквівалентності є адитивним, тобто з $X_1 \overset{M}{\sim} Y_1$ і $X_2 \overset{M}{\sim} Y_2$ випливає, що $X_1 \oplus X_2 \overset{M}{\sim} Y_1 \oplus Y_2$.

У праці [4] запропоновано поняття паралельних ретрактів. Ретракції r_1 і r_2 топологічного простору X називаються паралельними, якщо виконано умови $r_1 \circ r_2 = r_1$ і $r_2 \circ r_1 = r_2$. Образи простору X при паралельних ретракціях іменуються паралельними ретрактами простору *X.* Як було встановлено О. Г. Окунєвим [4, теорема 2.2], R-факторні простори тихоновського простору *X* по його паралельних ретрактах мають топологічно ізоморфні вільні топологічні групи.

Твердження 1. *Нехай* $X=\overset{\infty}{\underset{i=1}{\oplus}}X_i$ *і кожен простір* X_i *містить ретракт гомеоморфний K. Тоді* $X\overset{M}{\sim}X\oplus K$.

Доведення. Позначимо $Z=X\oplus N\times K$ і виберемо паралельні ретракти у просторі *Z* наступним чином: $Y_1=\{x_1\}\oplus N\times K$ і $Y_2=\{x_2\}\oplus(\overset{\infty}{\underset{i=3}{\oplus}}K_i)$, де $x_1\in X_1,\ x_2\in X_2$ — довільні точки, а K_i — ретракт простору X_i гомеоморфний *K*. Згідно з теоремою 2.2 з роботи [4] маємо, що $Z/Y_1\overset{M}{\sim}Z/Y_2$. Очевидно, $Z/Y_1=X$, а топологічний простір Z/Y_2 містить зліченну кількість копій *K*. Отже, за адитивністю відношення М-еквівалентності отримаємо, що $X\oplus K=Z/Y_1\oplus K\overset{M}{\sim}Z/Y_2\oplus K=Z/Y_2\overset{M}{\sim}X.$

Теорема 2. *Нехай* $X=\overset{\infty}{\underset{i=1}{\oplus}}X_i$, *де кожен* X_{i+1} *містить ретракт гомеоморфний* X_i. *Нехай також* $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$ *— довільна підпослідовність множини натуральних чисел. Позначимо через* $\tilde{X}=\overset{\infty}{\underset{k=1}{\oplus}}X_{n_k}$. *Тоді* $X\overset{M}{\sim}\tilde{X}.$

Доведення. Позначимо $Y=X\setminus\tilde{X}$. Тоді для кожного *i* існує деяке *k (i)* таке, що $n_{k_i}>i$. Отже, кожному елементу з *Y* можемо поставити у відповідність єдиний $X_{n_{k(i)}}$ такий, що $X_{n_{k(i)}}$ містить Y_i як ретракт, а з $i>j$ випливає $k(i)>k(j)$. Позначимо через *W* множину тих елементів з $\tilde{X}$, які поставлені у відповідність деякому елементові *Y,* прийнявши $W_i=X_{n_{k_i}}$ Візьмемо $V=\tilde{X}\setminus W$. Поставимо у відповідність кожному елементові *Y* деяку послідовність з *W* наступним чином:

$$Y_1:Z_1=W_1\oplus W_3\oplus W_5\oplus W_7\oplus......$$

$$Y_2:Z_2=W_2\oplus W_6\oplus W_{10}\oplus W_{14}\oplus........$$

$$Y_3:Z_3=W_4\oplus W_{12}\oplus W_{20}\oplus W_{28}\oplus......$$

....

$$Y_n:Z_n=W_{2^{n-1}}\oplus W_{2^{n-1}+2^{n+1}}\oplus W_{2^{n-1}+2\times 2^{n+1}}\oplus W_{2^{n-1}+3\times 2^{n+1}}\oplus......$$

....

Очевидно, $W=\overset{\infty}{\underset{n=1}{\oplus}}Z_n$. За твердженням 1 одержимо, що $Z_n\overset{M}{\sim}Z_n\oplus Y_n$. Отже,

$$X=\tilde{X}\oplus Y=V\oplus W\oplus Y=V\oplus(\overset{\infty}{\underset{n=1}{\oplus}}Z_n)\oplus(\overset{\infty}{\underset{n=1}{\oplus}}Y_n)=$$

$$=V\oplus(\overset{\infty}{\underset{n=1}{\oplus}}(Z_n\oplus Y_n))\overset{M}{\sim}V\oplus(\overset{\infty}{\underset{n=1}{\oplus}}Z_n)=V\oplus W=\tilde{X}.$$

Позначимо через *S (X)* вільну топологічну напівгрупу топологічного простору *X*.

Твердження 3. *Для довільного простору X і для довільних натуральних n і m має місце* $S(X)\overset{M}{\sim}S(X^m)\overset{M}{\sim}S(n\times X).$

Доведення. $S(X)=X\oplus X^2\oplus X^3\oplus....=\overset{\infty}{\underset{k=1}{\oplus}}X^k$, і простір X^m є ретрактом простору X^{m+1}. Нехай $X_k=X^k$. Щоб застосувати теорему 2, виберемо підпослідовність $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$ наступним чином: $n_k=mk$. Отже, топологічний простір *S (X)* є М-еквівалентним до простору $\overset{\infty}{\underset{k=1}{\oplus}}X^{mk}=S(X^m).$

Для доведення другої частини твердження зауважимо, що $S(n\times X)=n\times X\oplus n^2\times X^2\oplus n^3\times X^3\oplus\ldots$ і виберемо у S (nX) підпослідовність X, X^2, X^3....За теоремою 2 матимемо, що $S(X)\overset{M}{\sim}S(n\times X)$.

Твердження 4. *Нехай Y — ретракт тихоновського простору X. Тоді* $N\times(X\oplus Y)\overset{M}{\sim}N\times X$.

<u>Доведення.</u> За твердженням 1 маємо, що $Y\oplus N\times X\overset{M}{\sim}N\times X$. Тоді за теоремою 1.1 з роботи [3] отримаємо $N\times(Y\oplus N\times X)\overset{M}{\sim}N\times N\times X$. Таким чином, $N\times(X\oplus Y)\overset{M}{\sim}N\times X$.

Наслідок 5. *Для кожного непорожнього тихоновського простору X має місце* $N\times X\overset{M}{\sim}N\times X\oplus N$.

Твердження 6. *Нехай Y — ретракт тихоновського простору X. Тоді* $N\times(X\oplus X/Y)\overset{M}{\sim}N\times X$.

<u>Доведення.</u> За теоремою 2.4 з роботи [4] одержимо $Y\oplus X/Y\overset{M}{\sim}X^+$; отже, $N\times(Y\oplus X/Y)\overset{M}{\sim}N\times X^+$.

За наслідком 5 $N\times X=N\times X\oplus N\times X\overset{M}{\sim}N\times X\oplus N\times X^+$.

Таким чином, $N\times X=N\times X\oplus N\times X^+\overset{M}{\sim}N\times X\oplus N\times(X/Y\oplus Y)=N\times(X\oplus Y)\oplus N\times(X/Y)$.

За твердженням 4 маємо, що $N\times(X\oplus Y)\overset{M}{\sim}N\times X$;

отже, $N\times(X\oplus Y)\oplus N(X/Y)\overset{M}{\sim}N\times X\oplus N(X/Y)=N\times(X\oplus X/Y)$.

Означення 7 [1]. *Назвемо простори X і Y r-рівними, якщо простір X містить ретракт гомеоморфний простору Y, а простір Y — ретракт гомеоморфний простору X.*

Твердження 8. *Нехай X і Y — r-рівні простори. Тоді:* a) $N\times X\overset{M}{\sim}N\times Y$; b) $S(X)\overset{M}{\sim}S(Y)$.

<u>Доведення.</u> a) Розглянемо простір $Z=\overset{\infty}{\underset{i=1}{\oplus}}Z_i$, де $Z_i=X$ для парних i, $Z_i=Y$ для непарних i. За теоремою 2 матимемо, що $Z\overset{M}{\sim}N\times X$ і $Z\overset{M}{\sim}N\times Y$. Отже, $N\times X\overset{M}{\sim}N\times Y$.

b) Розглянемо пряму суму $Z=X\oplus Y\oplus Y^2\oplus X^2\oplus X^3\oplus Y^3\oplus\ldots$ За теоремою 2 отримаємо, що $Z\overset{M}{\sim}S(X)$ і $Z\overset{M}{\sim}S(Y)$. Отже, $S(X)\overset{M}{\sim}S(Y)$.

Твердження 9. *Нехай X і Y — простори такі, що X містить ретракт K_X такий, що $X/K_X=Y$ і Y містить ретракт K_Y такий, що $Y/K_Y=X$. Тоді* $N\times X\overset{M}{\sim}N\times Y$.

<u>Доведення.</u> За теоремою 2.4 з роботи [4] маємо $X\oplus K_X\overset{M}{\sim}Y^+$ і $X\oplus K_Y\overset{M}{\sim}X^+$. Отже, $X\oplus K_X\oplus K_Y\overset{M}{\sim}Y^+\oplus K_Y=(Y\oplus K_Y)^+\overset{M}{\sim}X^{++}$. Аналогічно $Y\oplus K_X\oplus K_Y\overset{M}{\sim}Y^{++}$. З наслідку 5 випливає, що $N\times(X\oplus K_X)\overset{M}{\sim}N\times(X\oplus K_X)^+$.

Оскільки $X \oplus K_X \overset{M}{\sim} Y^+$, то за теоремою 1.1 з роботи [3] одержимо, що $N \times (X \oplus K_X) \overset{M}{\sim} N \times (X \oplus K_X)^+ \overset{M}{\sim} N \times (Y \oplus K_X \oplus K_X) = N \times (Y \oplus K_X)$. Таким чином, $N \times (X \oplus K_X) \overset{M}{\sim} N \times (Y \oplus K_X)$. Отже, $N \times (X \oplus K_X \oplus K_Y) = N \times (X \oplus K_X) \oplus N \times K_Y \overset{M}{\sim} N \times (Y \oplus K_X) \oplus N \times K_Y = N \times (Y \oplus K_X \oplus K_Y)$. Так, $N \times X^{++} \overset{M}{\sim} N \times (X \oplus K_X \oplus K_Y) \overset{M}{\sim} N \times (Y \oplus K_X \oplus K_Y) \overset{M}{\sim} N \times Y^{++}$.

За наслідком 5 маємо, що $N \times X^{++} \overset{M}{\sim} N \times X$ і $N \times Y^{++} \overset{M}{\sim} N \times Y$. От і $N \times X \overset{M}{\sim} N \times Y$.

1. Борсук К. Теория ретрактов. М., 1971. 2. Марков А. А. О свободных топологических группах // Докл. АН СССР. 1941. Т. 31. № 4. С. 299–301. 3. Окунев О. Г. М-эквивалентность произведений // Тр. Московского мат. о-ва. 1995.Т. 56. С. 192–205. 4. Okunev O. G. A method for consructing examples of M-equivalent spaces // Top. Appl. 1990. V. 36. P. 157–171; Correction: Top. Appl. 1993. V. 49. P. 191–192.

УДК 681.624

П. І. Лозовий

Українська академія друкарства

РОЗРАХУНОК СТАТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ФАРБОВИХ СИСТЕМ ПОСЛІДОВНОЇ СТРУКТУРИ

Розглядається задача розрахунку статичних характеристик коротких фарбодрукарських систем з урахуванням зворотного потоку фарби на вході. Наведено приклад розрахунку і побудовано сімейство статичних характеристик.

The task of calculation of static descriptions of short farbo is examined — printing systems taking into account the backwash of paint on an entrance. The example of calculation is resulted and family of static descriptions is built.

Підвищення якості продукції і зменшення витрат фарби забезпечується передусім більш точним налаштуванням фарбового апарата на заданий наклад. Розрахунок параметрів налагодження фарбових апаратів дукторно-ножового типу на підставі коефіцієнта заповнення форми друкувальними елементами [1, 2, 5] є неточним. Друкування текстової та іншої інформації з малим коефіцієнтом заповнення форми друкувальними елементами може призвести до значних перевитрат фарби і погіршення якості відбитків.

В останні роки для офсетних машин розроблено нові конструкції фарбових апаратів на основі растрового циліндра, який здійснює дозовану подачу фарби в систему і є простішим за традиційні дукторно-ножового типу. Такі апарати мало вивчені, та й немає відповідного досвіду їх експлуатації. Характерною властивістю цих фарбових апаратів є те, що значна частина потоку фарби (до 50%) повертається назад у фарбове корито [6, 10]. Тому проблема вдосконалення фарбодрукарських систем, їх аналізу, зокрема розрахунку статичних характеристик, сьогодні досить актуальна для фарбових апаратів обох типів.