

УДК 330.34

## ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ПОСЛІДОВНИХ ПОСТУПОК ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ПІДВИЩЕННЯ РЕНТАБЕЛЬНОСТІ ВИРОБНИЦТВА МАЛОГО ПІДПРИЄМСТВА

М. Я. Марко, Г. Г. Цегелик

*Львівський національний університет ім. І. Франка,  
вул. Січових Стрільців, 1, Львів, 79000, Україна*

*Запропоновано використання методу послідовних поступок для розв'язання задачі підвищення рентабельності виробництва. Наведено алгоритм розв'язування задачі в загальному випадку і його використання для розв'язування конкретного прикладу.*

**Ключові слова:** *оптимізаційна модель, метод послідовних поступок, мале підприємство.*

**Постановка проблеми.** Для будь-якого підприємства, зокрема малого, створення раціональної структури управління є складним завданням, оскільки управління повинно здійснюватися з урахуванням правових, організаційних, економічних, екологічних, соціальних, психологічних, наукових, технічних, технологічних факторів тощо. Завдання вибору найкращих рішень, зазвичай, здійснювалося за допомогою єдиної числової функції — критерію оптимальності. Найкращим є рішення, що забезпечує максимум (або мінімум) обраного критерію. Здебільшого якість рішень характеризується не одним, а багатьма непорівняльними критеріями. Тому доводиться ухвалювати рішення, ґрунтуючись не на одному, а на багатьох критеріях. Для цього керівникові потрібно опанувати загальнотеоретичні і загальнометодологічні питання аналізу ситуацій та самостійного прийняття рішень. Достатньо ефективним засобом компактного, структурованого і наочного відображення ситуації чи досліджуваної проблеми є проникнення математичних розрахунків в економічні науки. Результати, отримані внаслідок розв'язання математичної задачі, дадуть змогу виробити оптимальні рекомендації стосовно тих чи інших дій [1].

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Математичні підходи до економіко-математичного моделювання підтримки ухвалення рішень в управлінні малим підприємством формуються під впливом наукових праць таких українських і зарубіжних учених, як В. Вітлінський, В. Вовк, В. Єлейко, О. Піскунова, Л. Сергєєва, В. Ситник, Г. Цегелик [2] та ін.

Особливої уваги заслуговують питання застосування і поглибленого дослідження оптимізаційних методів та моделей для розв'язання комплексу задач управління діяльністю малого підприємства. Позаяк фінанси, устаткування, сировину й робочу силу можна уявити ресурсами, то значну кількість задач в економіці можна

розглядати як задачі виробничого планування. Завдяки ефективному управлінню всіма можливими ресурсами, а також раціональному використанню витрат, підприємство може одержати бажаний рівень прибутковості.

**Мета статті.** Метою даного дослідження є використання методу послідовних поступок для розв'язування задачі підвищення рентабельності виробництва малого підприємства.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Основним завданням підприємства-виробника є раціональне планування випуску продукції заради отримання максимального прибутку. З огляду на це ми запропонували двокритеріальну оптимізаційну модель, яка дає змогу скласти план випуску продукції таким чином, щоб максимально використати наявні ресурси і водночас забезпечити максимальний прибуток за мінімальних затрат у процесі виготовлення продукції. Для розв'язання цієї задачі з двома цільовими функціями і лінійними обмеженнями застосовано метод послідовних поступок для відшукування компромісного розв'язку, який забезпечує певний прибуток із невеликими затратами. Для виробництва продукції (товарів) використовують різні ресурси (сировину, знаряддя, працю та ін.). Відомо, скільки одиниць кожного ресурсу використовують для виробництва одиниці кожної продукції, запас кожного ресурсу, затрати (в грошах) на виготовлення одиниці кожної продукції, а також прибуток від реалізації одиниці кожної продукції. Задача полягає в такому складанні плану виробництва продукції, за якого, використовуючи наявні ресурси, рентабельність виробництва була б найбільшою.

Для складання математичної моделі задачі введемо такі позначення:

$R$  — рентабельність виробництва;

$m$  — кількість ресурсів, що використовують у виробництві;

$n$  — кількість видів різної продукції, яку можна виготовляти з наявних ресурсів;

$a_{ij}$  — кількість одиниць  $i$ -го ресурсу для виробництва одиниці  $j$ -ї продукції;

$b_i$  — кількість одиниць  $i$ -го ресурсу, що можуть використовувати у виробництві  $j$ -ї продукції;

$p_j$  — прибуток від реалізації одиниці  $j$ -ї продукції;

$c_j$  — затрати на виготовлення одиниці  $j$ -ї продукції;

$x_j$  — кількість одиниць  $j$ -ї продукції, яку планують виготовити (шукані величини).

Тоді математична модель задачі матиме такий вигляд:

$$R = \frac{\sum_{j=1}^n p_j x_j}{\sum_{j=1}^n c_j x_j} \rightarrow \max \quad (1)$$

за умов:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n. \quad (3)$$

Модель (1)–(3) еквівалентна такій двокритеріальній задачі:

$$P = \sum_{j=1}^n p_j x_j \rightarrow \max, \quad (4)$$

$$R = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min \quad (5)$$

за умов:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i=1,2,\dots,m, \quad (6)$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n. \quad (7)$$

Зрозуміло, що одночасно забезпечити максимальний прибуток і мінімальні затрати у виробництві неможливо. Тому для розв'язування задачі використаємо ідею методу послідовних поступок [1], відшуковуючи компромісний розв'язок, який забезпечує певний прибуток із невеликими затратами.

Позначимо через  $M$  множину допустимих розв'язків задачі (4)–(7), тобто множину точок  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , що задовольняють умови (6)–(7). Тоді алгоритм методу послідовних поступок для розв'язання задачі (4)–(7) полягає в такому.

Спочатку розв'язуємо однокритеріальну задачу:

$$P = \sum_{j=1}^n p_j x_j \rightarrow \max \quad (8)$$

за умови:

$$X \in M. \quad (9)$$

Нехай  $X = (x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)})$  — оптимальний розв'язок цієї задачі. Тоді обчислюємо прибуток  $P(X_1)$  і затрати  $C(X_1)$ . Якщо затрати задовольняють виробника, то  $X_1$  приймаємо за компромісний розв'язок задачі (4)–(7). В протилежному випадку виробник визначає величину поступки  $\Delta P_1$ , на яку він може погодитися для того, щоб мінімізувати затрати, визначаючи «уточнену» допустиму множину розв'язків  $M_1$ :

$$M_1 = \left\{ X \in M \left| \sum_{j=1}^n p_j x_j \geq \sum_{j=1}^n p_j x_j^{(1)} - \Delta P_1 \right. \right\}. \quad (10)$$

Після цього розв'язуємо задачу:

$$C = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min \quad (11)$$

за умови:

$$X \in M_1. \quad (12)$$

Нехай  $X = (x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots, x_n^{(2)})$  — розв'язок цієї задачі, тоді обчислюємо  $C(X_2)$ . Якщо затрати  $C(X_2)$  задовольняють виробника, то  $X_2$  приймаємо за компромісний

розв'язок задачі (4)–(7). У протилежному випадку виробник визначає величину наступної поступки  $\Delta P_2$ , на яку він може погодитись, щоб зменшити затрати, визначаючи «уточнену» допустиму множину розв'язків  $M_2$ :

$$M_2 = \left\{ X \in M \mid \sum_{j=1}^n p_j x_j \geq \sum_{j=1}^n p_j x_j^{(2)} - \Delta P_2 \right\} \quad (13)$$

Після цього розв'язуємо задачу:

$$C = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min \quad (14)$$

за умови:

$$X \in M_2. \quad (15)$$

Процес розв'язування однокритеріальних задач триває доти, доки знайдений компромісний розв'язок не задовольнятиме виробника.

Очевидно, задача матиме розв'язок у випадку, коли зі зменшенням прибутку зменшуються затрати на виготовлення продукції.

Для розв'язання однокритеріальних задач можна використати симплексний метод [3].

Приклад. Розв'язати задачу

$$\begin{aligned} L &= 5x_1 + 8x_2 + 3x_3 \rightarrow \max, \\ R &= 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \rightarrow \min \end{aligned}$$

за умов:

$$\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 100, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 30, \\ x_j \geq 0, \quad j=1,2,3. \end{cases}$$

Розв'язання. Спочатку симплексним методом [3] розв'яжемо задачу

$$L = 5x_1 + 8x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

за умов:

$$\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 100, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 30, \\ x_j \geq 0, \quad j=1,2,3. \end{cases}$$

Процес розв'язування цієї задачі наведено в табл. 1.

Таблиця 1

$i$	Б	$c$	$P_0$	5	8	3	0	0
				$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	$P_4$	0	100	5	6	3	1	0
2	$P_5$	0	30	1	2	4	0	1
3			0	-5	-8	-3	0	0

Продовження табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	$P_4$	0	10	2	0	-9	1	-3
2	$P_2$	8	15	0.5	1	2	0	0.5
3			120	-1	0	13	0	4
1	$P_1$	5	5	1	0	-4.5	0.5	-1.5
2	$P_2$	8	12.5	0	1	4.25	-0.25	1.25
3			125	0	0	8.5	0.5	2.5

Як бачимо з табл. 1,  $X_{\text{оп}} = (5; 12.5)$ ,  $L_{\text{оп}} = 125$ . Якщо  $X = (5; 12.5)$ ,  $R = 40$ . Припустимо, що витрати ми хочемо трохи зменшити. Для цього введемо обмеження на прибуток  $5x_1 + 8x_2 + 3x_3 \leq 121$  і розв'яжемо задачу

$$L = 5x_1 + 8x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

за умов:

$$\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 100, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 30, \\ 5x_1 + 8x_2 + 3x_3 \leq 121 \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

Процес розв'язування цієї задачі наведено в табл. 2.

Таблиця 2

i	Б	с	$P_0$	5	8	3	0	0	0
				$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
1	$P_4$	0	100	5	6	3	1	0	0
2	$P_5$	0	30	1	2	4	0	1	0
3	$P_6$	0	121	5	8	3	0	0	1
4			0	-5	-8	-3	0	0	0
1	$P_4$	0	10	2	0	-9	1	-3	0
2	$P_2$	8	15	0.5	1	2	0	0.5	0
3	$P_6$	0	1	1	0	-13	0	-4	1
4			120	-1	0	13	0	4	0
1	$P_4$	0	8	0	0	-2.5	1	5	-2
2	$P_2$	8	14.5	0	1	8.5	0	2.5	0.5
3	$P_1$	5	1	1	0	-13	0	-4	1
4			121	0	0	0	0	0	1

Як бачимо з табл. 2,  $L_{\text{оп}} = 121$ ,  $X_{\text{оп}} = (1; 14.5)$ . При цьому  $R = 32$ . Вважаємо, що цей розв'язок нас задовольняє.

Отже, скоротивши прибуток на чотири одиниці, витрати зменшилися на вісім одиниць.

**Висновки.** Вперше запропоновано використання методу послідовних поступок для розв'язування задачі підвищення рентабельності виробництва. За критерії оптимальності прийнято максимальний прибуток від реалізації продукції та мінімальні затрати на виробництво продукції. Наведено алгоритм розв'язування задачі в загальному випадку і його використання для розв'язання конкретного прикладу.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Волошин О. Ф., Мащенко С. О. Моделі та методи прийняття рішень: навч. посіб. Київ : Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. 336 с.
2. Квик М. Я. Математичні методи і моделі підтримки прийняття рішень в управлінні малими підприємствами: автореферат канд. екон. наук, спец. : 08.00.11 — математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці. Черкаси : Східноєвропейський університет економіки та менеджменту, 2015. 20 с.
3. Цегелик Г. Г. Математичне програмування: навч. посіб. Львів : ЛНУ ім. Івана Франка, 2011. 338 с.

#### REFERENCES

1. Voloshyn, O. F. & Mashchenko, S. D. (2010). Modeli ta metody pryiniattia rishen. Kyiv (in Ukrainian).
2. Kvik, M. J. (2015). Matematychni metody i modeli pidtrymky pryiniattia rishen v upravlinni malymy pidpriemstvamy: Abstract candidate. Econ. Science, spec. : 08.00.11 — mathematical methods, models and information technologies in economy. — Cherkasy: East European University of Economics and Management (in Ukrainian).
3. Tsegelik, G. G. (2011). Matematychnе prohramuvannia. Lviv : Lviv national university of Ivan Franko (in Ukrainian).

#### USING THE METHOD OF SUCCESSIVE CONCESSIONS FOR SOLVING THE PROBLEM OF INCREASING PROFITABILITY OF SMALL ENTERPRISES

M. Ya. Marko, H. H. Tsehelyk

*Lviv National University of Ivan Franko  
1, Sichovykh Striltsiv St., Lviv, 79000, Ukraine  
mariiamarko@gmail.com*

*In the article, we have used the method of successive concessions to solve the problem of increasing profitability of small enterprises. We have demonstrated the algorithm for solving the problem in general and for the specific example.*

**Keywords:** *an optimization model, method of successive concessions, small business.*

*Стаття надійшла до редакції 22.02.2017.*

*Received 22.02.2017.*