

УДК 655.027

*Н. С. Писанчин, М. В. Шовгенюк, В. О. Дудяк***ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ ЦИФРОВОГО РАСТРУВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ
ФРАКТАЛЬНИХ КРИВИХ**

Розглянуто різні способи цифрового растрівання півтонового зображення шляхом використання фрактальних кривих. Показано можливість генерування частотно-модульованих і частотно-амплітудно-модульованих растрових структур на основі кривої Гільберта.

Consider the different methods of the digital screening of halftone image by means application fractal curves. Show to the potentially to generate screening image with frequency-modulated and amplitude- frequency- modulated structures using Gilbert curve.

Фрактальні криві, або криві просторового заповнення вперше описав у 1896 р. Джузеппе Пеано. За його визначенням, фрактальною є неперервна крива, що проходить через усі елементарні ділянки певної площини лише один раз. Фрактальна крива будується рекурсивним копіюванням її елементарного фрагмента. Згідно з Ф. Мандельбротом [7], (фрактал – лат. fractus – дробовий та frangere – ламати) відображає суть фрактала, як «ламаної», нерегулярної множини. Особливістю фрактальних кривих є те, що вони створюють структуру в структурі, яка максимально заповнює простір (рис. 1). Фрактали з великою точністю описують різні фізичні явища і природні утворення: хмари, гори, турбулентні течії, кореневі системи рослин, кровоносні судини і т. д. [10, 11].

Серед розмаїття фрактальних кривих у поліграфії, а саме для генерування растрових структур, знаходять застосування ті криві, які будуються на прямокутній чи квадратній площині. У процесі растрівання зображень найчастіше використовують криві Пеано (рис. 1в) та Гільберта (рис. 1г).



Рис. 1. Криві просторового заповнення:

а – трикутник Серіінського; б – сніжинка Коха; в – крива Пеано; г – крива Гільберта

Розмірність фрактальної кривої визначається наступним чином. Нехай елементарним фрагментом фрактальної кривої є деякий відрізок прямої. Розділимо його на N рівних частин завдовжки $R=1/N$, звідси $N=1/R$. Для квадрата таке співвідношення буде $N=1/R^2$. Загальна формула за Мандельбротом має вигляд [7]

$$N=1/R^C, \quad (1)$$

де N – кількість однакових частин у масштабі R ; C – відповідна розмірність або, умовно кажучи, кількість координат.

Виходячи з формули (1) розмірність фрактальної кривої можна виразити в контексті алгоритму мультікопіювання. Розмірність подібності C визначається як

$$C = \frac{\log(N)}{\log(1/f)}, \quad (2)$$

де N – кількість копій; f – масштабний коефіцієнт послідовних ітерацій.

За допомогою цієї простої формули можна обчислити розмірність «сніжинки»: початковий відрізок кривої Коха (сторона трикутника) перетворюється в криву, яка складається з чотирьох частин, тобто $N=4$. Кожна частина подібна до початкового відрізка, але зменшена у співвідношенні $R=1/3$. З формули випливає: $C = \log N / \log (1/R) = \log 4 / \log 3 = 1,2618$.

Для обчислення розмірності кривої Гільберта вираз (2) матиме вигляд [11]

$$C = \frac{\log(4^n - 1) - \log(4^{n-1} - 1)}{\log(2^n - 1) - \log(2^{n-1} - 1)}, \quad (3)$$

для кривої Гільберта 2-го порядку $C = \frac{\log(4^2 - 1) - \log(4^{2-1} - 1)}{\log(2^2 - 1) - \log(2^{2-1} - 1)} = \frac{\log 5}{\log 3} \approx 1,4649$.

У процесі цифрового растрування криві просторового заповнення використовують для визначення порядку опрацювання елементів зображення та напрямку поширення похибки [3].

Інтенсивність елемента, %		Похибка Δ , %	Значення інтенсивності наступного піктонового елемента, %
півтонового	растрового		
75	100	25	75 - 25=50
50	100	50	75 - 50=25
25	0	25	75+ 25=100
100	100	0	75 - 0=75

Для прикладу розглянемо формування растрової структури за простим лінійним алгоритмом поширення похибки для зображення розміром 4×4 елементи з інтенсивністю тону 75% (рис. 2). У таблиці подано стратегію перетворення рядка з чотирьох елементів з інтенсивністю 75% у растрові елементи, що мають два значення інтенсивності – 100% (чорне) або 0% (біле). Для наступних елементів зображення обчислення проводяться аналогічним чином [2]. У результаті растрування в кожному рядку з чотирьох елементів три чорних і один білий елементи утворюють структуру, що відповідає 75% рівню інтенсивності (рис. 3). Залежно від напрямку

опрацювання зображення отримуємо структури різного виду. Традиційний напрям зліва направо і зверху вниз (рис. 3а) забезпечує непогані результати, але с причиною такого недоліку поширення похибки, як направлений гістерезис – похибка має тенденцію поширюватися до правої межі зображення. Це призводить до утворення в межах зображення регулярних вертикальних смуг або так званих «змієподібних» структур і спотворення градації, особливо помітні регулярні утворення при відтворенні плашок. Такий недолік спричиняють одномірні обчислення. Поширення похибки за «серпантинним» напрямом (рис. 3б) дає кращі результати, але структура все одно містить регулярні утворення. Поширення похибки за кривою Гільберта забезпечує утворення хаотичної структури (рис. 3в).



Рис. 2. Півтонове зображення з інтенсивністю тону 75 %

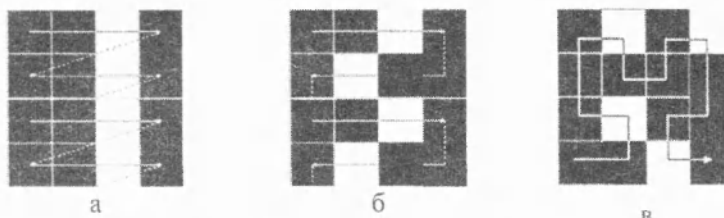


Рис. 3. Растрове зображення, генероване поширенням похибки за напрямом:
а – традиційним; б – «серпантинним»;
в – визначеним кривою Гільберта

Отже, використання фрактальних кривих для визначення порядку опрацювання пікселів дозволяє суттєво вдосконалити частотно-модульовану растрову структуру, генеровану за алгоритмом поширення похибки. Однак не усуває основного недоліку алгоритму – утворення «шахоподібного» візерунка в ділянці 50% тону (рис. 4а).

Для усунення цього дефекту автори роботи [9] пропонують модифікувати криву Гільберта внесенням елемента випадковості. Тобто «зламати» елемент кривої у двох чи більше випадково обраних точках для спотворення її визначеної структури. Очевидно, що порядок опрацювання пікселів носитиме випадковий характер і створить передумови для формування хаотичної растрової структури без текстур і візерунків (рис. 4б) [9].



Рис. 4. Півтонова шкала, відтворена за алгоритмом поширення похибки:
а – за класичною кривою Гільберта; б – за модифікованою кривою Гільберта



Рис. 5. Принцип побудови матриці коефіцієнтів поширення похибки

Фрагменти фрактальних кривих також використовують як основу для побудови фільтрів поширення похибки. Так, у роботі [6] запропоновано удосконалити відомий алгоритм Флойда – Стейнберга за рахунок введення додаткового коефіцієнта для визначення пріоритету поширення похибки та формування матриці коефіцієнтів на основі кривої Гільберта 1-го порядку (рис. 5).

Таким чином, в одному циклі опрацювання півтонового елемента беруть участь п'ять сусідніх елементів. А частини похибки розповсюджуються за пріоритетами $\begin{bmatrix} \Delta & 9 & 5 & 1 \\ & & 7 & 5 \end{bmatrix}$. Поширення похибки за таким фільтром забезпечує генерування

рівномірної хаотичної растрової структури.

Криві просторового заповнення знаходять застосування в алгоритмах генерування растрових структур за принципом порівняння півтонового зображення з масивом критичних значень, або так званою антенною решіткою [11]. Як відомо, таким способом можна отримати як амплітудно-модульовану (АМ – «кластерну») растрову структуру, для якої характерне збіль-

шення відносної площі растрового елемента із зростанням значення інтенсивності тону, так і частотно-модульовану (ЧМ – «дисперсну»), у межах якої із зміною інтенсивності тону змінюється частота розташування растрових елементів однакового розміру [13]. Вид генерованої структури залежить від стратегії впорядкування критичних значень антенної решітки: для одержання частотно-модульованої структури близькі за значенням «пороги» знаходяться якомога далі один від одного, для амплітудно-модульованої – навпаки, якнайближче.

У випадку використання фрагмента кривої просторового заповнення як антенної решітки растрову структуру генерують шляхом заповнення обраного фрагмента залежно від середньої інтенсивності зображення. Загалом спосіб заповнення фрактальної кривої описує наступна послідовність:

поділ вихідного зображення на елементарні блоки, які відповідають елементу фрактальної кривої;

обчислення середньої інтенсивності кожного блоку;

визначення конфігурації растрової точки відповідно до кожного значення інтенсивності блоку [4, 8, 12].

Залежно від порядку заповнення фрактальної кривої можна одержати растрові елементи і «кластерного» (рис. 6а), і «дисперсного» (рис. 6б) вигляду [13]:

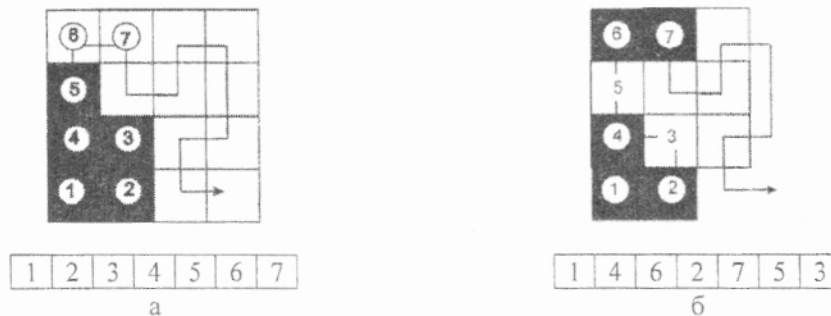


Рис. 6. Растровий елемент $S_{\text{відн.}} = 30\%$, генерований заповненням кривої Гільберта 2-го порядку, та послідовність заповнення для структури:
а – АМ; б – ЧМ

Залежно від розмірності фрактальної кривої відтворюється різна кількість тонів: крива Гільберта 1-го порядку дозволяє генерувати 16-ступеневу градацію (рис. 7). Для одержання традиційної для цифрового растрування градації у 256 тонів елементарний фрагмент фрактальної кривої мусить містити 256 точок. Такий вимозі відповідає крива Гільберта 2-го порядку розміром 16×16 точок.

Особливої уваги заслуговує растрування способом заповнення фрактальної кривої (рис. 6а), який забезпечує створення растрових елементів певних розміру і конфігурації для кожного окремого рівня інтенсивності без використання матриці порогових значень. Таким способом генерується так звана гібридна растрова структура, для якої характерна зміна частоти розташування та розмірів растрових елементів, залежно від рівня градації. Конфігурація растрового елемента такої структури залежить від виду базової фрактальної кривої (рис. 7, 8).



Рис. 7. Градаційна шкала, побудована за методом заповнення фрактальної кривої Гільберта

Як видно з рис. 7, растрові візерунки полів градаційної шкали аперіодичні, отже, передумов для появи муару немає. Але існують і певні недоліки використання цього методу, які полягають у наступному:

зазвичай криві просторового заповнення будуються рекурсивно на квадратній площині, створюючи тим самим деякі труднощі при опрацюванні прямокутних зображень;

рекурсивна побудова кривих просторового заповнення зумовлює те, що кожна четвертина зображення повністю відокремлена, і як небажаний ефект в растровому зображенні помітні межі цих частинок [8].

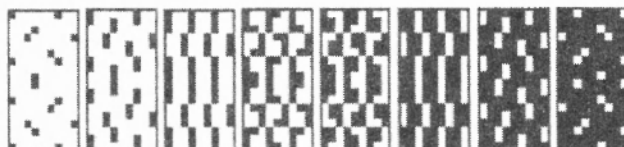


Рис. 8. Градаційна шкала, побудована за методом заповнення фрактальної кривої Пеано

Таким чином, розглянуто різні способи дискретизації півтонового зображення шляхом використання фрактальних кривих, які є цікавими для цифрового растрівання. Показано, що поширення похибки за напрямом, визначеним фрактальною кривою, зокрема кривою Гільберта, зумовлює формування нерегулярних структур. Використання фрактальних кривих як антенних решіток забезпечує генерування гібридних, тобто амплітудно-частотно-модульованих растрових структур. У наступних публікаціях буде подано результати експериментальних досліджень властивостей растрових структур, генерованих на основі фрактальних кривих.

1. Bayer B. E. An optimum method for two level rendition of continuous-tone pictures. 1973. 2. Bruno J. Shrappe, Hybrid Screening Algorithms, 2080 – 840 Project Design – Rochester. NY, 1997. 3. Floyd R., Steinberg L. An adaptive algorithm for spatial grayscale. Proc. Soc. Image Display. 1976. Vol. 17. P. 75 – 77. 4. Gomes J. M. Velho L. C. Digital halftoning with space filling curves. 1991. 5. Herron S. Threshold Modulation dither using space-curve point movement // Tethis Electronic Imaging 2000 conference, San Jose, CA, January, 2000. 6. John W. Buchanan, Lisa M. Streit Variable Shaped Threshold Matrices // Department of Computing Science University of Alberta Edmonton, AB, Canada T6G 2H1 fjuancho.streit@cs.ualberta.ca. 7. Mandelbrot B. The Fractal Geometry of Nature. W.H. Freeman and Company, 1982. 8. Velho L., Gomes J. Stochastic screening dithering with adaptive clustering // Proceedings of SIGGRAPH 95, pages 273 – 276. 1995. 9. Європатент № 0620677. Frequency modulation halftone screen and method for making same // Delabastita P., 1994. 10. Майсюк А. Фрактали – странности реального мира // Техника – молодежи. 1979. №2. С. 40 – 44 // (http://www.spbstu.ru/public/m_v/index.html) 11. Непрерывные фрактальные кривые. <http://fractals.chat.ru/zippers2.htm>. 12. Пат. США № 5602943. Halftoning with space filling curves // Gomes J. M., Velho L. C., 1997. 13. Стефанишина Н., Шовгенюк М. Сучасні технології цифрового растрівання зображень // Комп'ютерні технології друкарства: Зб. наук. пр., Львів / УАД. 2001. С. 9 – 16.