

УДК 686.12+621.396

*Г. Петрашвили***АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЧНОСТИ КЛЕЕВОГО СЛОЯ КОРЕШКА КНИЖНОГО БЛОКА**

Представлено аналітичні дослідження напружень, які виникають у клейовій плівці при розкриванні книжкового блока.

In the article are represented investigations of the tensions in the adhesive layer of the book spine during the operational use.

Результаты проведенных ранее исследований прочности книг, изготовленных способом клевого бесшвейного скрепления [1], а также теоретические разработки, основанные на уравнениях линейной теории упругости, позволили создать и усовершенствовать модель напряжённо-деформированного состояния межлистовой зоны клевого соединения книжного блока [2, 3, 6].

Расчетная схема клевого слоя между двумя листами книги, который опирается на сплошное упругое основание корешка блока, показана на рис. 1.

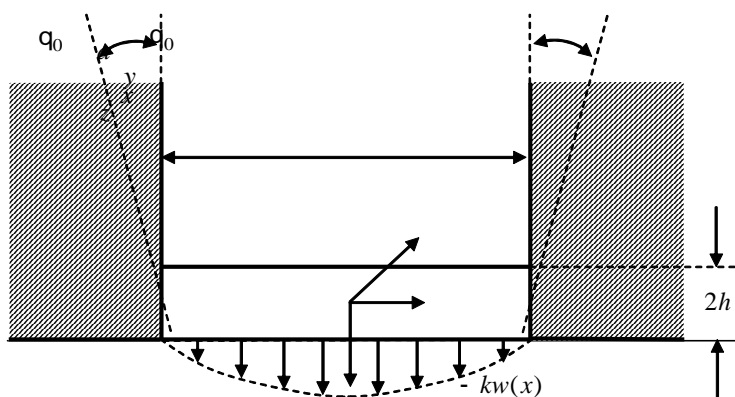


Рис. 1. Расчетная схема клевого слоя между двумя листами книжного блока:

$2h$ — толщина клевого слоя между листами; a — ширина клевого слоя между листами; q_0 — угол раскрытия листов книги

Полученные ранее [6] выражения для определения напряжений в клеювом слое, основанные на расчете дифференциального уравнения

$\frac{d^4 w(x)}{dx^4} + 4a^4 w(x) = 0$ [4, 5] цилиндрического прогиба удлинённой прямоугольной

плиты $w(x)$, имеют следующий вид:

Прогиб клеевой пластины

$$w(x) = \frac{q_0}{Z(a\alpha)} \frac{\infty}{e} W_3\left(\frac{a}{2}\right) W_1(x) + W_1\left(\frac{a}{2}\right) W_3(x) \frac{\infty}{e}. \quad (1)$$

Угол наклона упругой линии (угол поворота листа в клеевом слое)

$$q(x) = - \frac{dw(x)}{dx} = - \frac{q_0}{Z(aa)} \frac{aa}{e} 4a^4 W_3\left(\frac{a}{2}\right) W_4(x) + W_1\left(\frac{a}{2}\right) W_2(x) \frac{\ddot{\theta}}{\theta}. \quad (2)$$

Изгибающий момент

$$M_x(x) = - D \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = - D \frac{q_0}{Z(aa)} \frac{aa}{e} 4a^4 W_3\left(\frac{a}{2}\right) W_3(x) + W_1\left(\frac{a}{2}\right) W_1(x) \frac{\ddot{\theta}}{\theta}. \quad (3)$$

Напряжение

$$s_x(x) = \frac{z}{2h^3/3} M_x(x).$$

Максимальный прогиб клеевой пластины

$$w_{\max} = - w(0) = \frac{2q_0}{a} \frac{\sin\left(\frac{aa}{2}\right) \sinh\left(\frac{aa}{2}\right)}{\sin(aa) + \sinh(aa)}. \quad (4)$$

Максимальный момент

$$M_{\max} = - D \frac{d^2 w\left(\frac{a}{2}\right)}{dx^2} = - D 2a q_0 \frac{\cos(aa) + \cosh(aa)}{\sin(aa) + \sinh(aa)}. \quad (5)$$

Момент в середине клеевой пластины

$$M(0) = - D \frac{d^2 w(0)}{dx^2} = - D 4a q_0 \frac{\cos\left(\frac{aa}{2}\right) \cosh\left(\frac{aa}{2}\right)}{\sin(aa) + \sinh(aa)}, \quad (6)$$

где $D = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)}$ — цилиндрическая жёсткость пластины; E — модуль

Юнга; ν — коэффициент Пуассона материала клеевого слоя; α — коэффициент, который определяется из выражения $4a^4 = k/D$, где $k = E/l$; l — толщина клеевого слоя на корешке блока. А частными решениями дифференциального уравнения прогиба клеевой пластины являются функции

$$W_1(x) = \cosh(ax) \cos(ax); \quad (7)$$

$$W_2(x) = \frac{1}{2a} (\cosh(ax) \sin(ax) + \sinh(ax) \cos(ax)); \quad (8)$$

$$W_3(x) = \frac{1}{2a^2} \sinh(ax) \sin(ax); \quad (9)$$

$$W_4(x) = \frac{1}{4a^3} (\cosh(ax) \sin(ax) - \sinh(ax) \cos(ax)). \quad (10)$$

Для проведения исследований воспользуемся безразмерными параметрами:

продольной координаты $x = \frac{x}{a}$, которая изменяется в пределах $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$;

клеявого слоя L , определяемого из выражения

$$L = \frac{aa}{2} = \frac{a}{2} \sqrt[4]{\frac{3(1-n^2)}{l(2h)^3}}. \quad (11)$$

Таким образом, параметр L не зависит от модуля Юнга E , а от коэффициента Пуассона ν и геометрических параметров клеявого слоя. Например, для клеявого слоя ($\nu = 0,35$) с параметрами $2h = 0,01 \times 10^{-3}$ м, $a = 0,01 \times 10^{-3}$ м и толщиной $l = 0,1 \times 10^{-3}$ м безразмерный параметр выносит $L = 0,36$. При толщине клеявого слоя $l = 0,5 \times 10^{-3}$ м безразмерный параметр — $L = 0,24$, при $l = 1,0 \times 10^{-3}$ м — $L = 0,20$, при $l = 1,5 \times 10^{-3}$ м параметр $L = 0,18$.

Вместо функций (7)–(10) введём соотношения:

$$w_1(x) = \cosh(2Lx) \cos(2Lx), \quad (12)$$

$$w_2(x) = \cosh(2Lx) \sin(2Lx) + \sinh(2Lx) \cos(2Lx), \quad (13)$$

$$w_3(x) = \sinh(2Lx) \sin(2Lx), \quad (14)$$

$$w_4(x) = \cosh(2Lx) \sin(2Lx) - \sinh(2Lx) \cos(2Lx). \quad (15)$$

Прогиб клеявой пластины запишем в виде

$$w(x) = \frac{q_0 a}{L} \frac{1}{z} (-w_3^* w_1(x) + w_1^* w_3(x)), \quad (16)$$

$$\text{где } w_1^* = \cosh(L) \cos(L); \quad (17)$$

$$w_2^* = \cosh(L) \sin(L) + \sinh(L) \cos(L); \quad (18)$$

$$w_3^* = \sinh(L) \sin(L); \quad (19)$$

$$w_4^* = \cosh(L) \sin(L) - \sinh(L) \cos(L); \quad (20)$$

$$z^* = 2(w_1^* w_2^* + w_3^* w_4^*) = \sin(2L) + \sinh(2L). \quad (21)$$

На рис. 2 представлена зависимость величины безразмерного прогиба $w(x)/(q_0 a)$ от безразмерных продольной координаты $x = x/a$ и параметра клеявого слоя L .

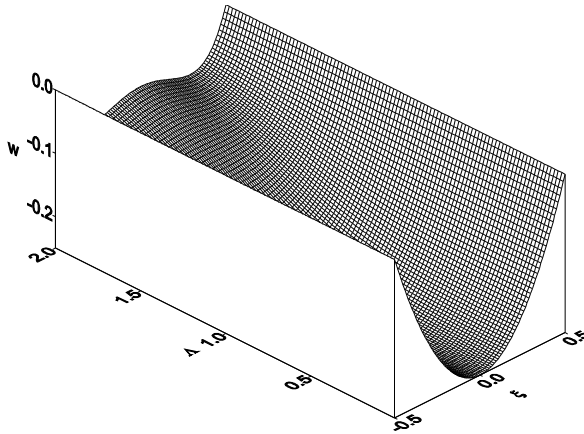


Рис. 2. Зависимость величины безразмерного прогиба $w(x)/(q_0 a)$ от безразмерной координаты x и параметра L

Угол поворота нормали (листа бумаги) определяется из выражения

$$q(x) = - \frac{dw(x)}{adx} = - 2q_0 \frac{1}{z^*} (w_3^* w_4(x) + w_1^* w_2(x)). \quad (22)$$

На рис. 3 представлена зависимость безразмерного угла поворота $q(x)/q_0$ от безразмерной продольной координаты $x = x/a$ и параметра L .

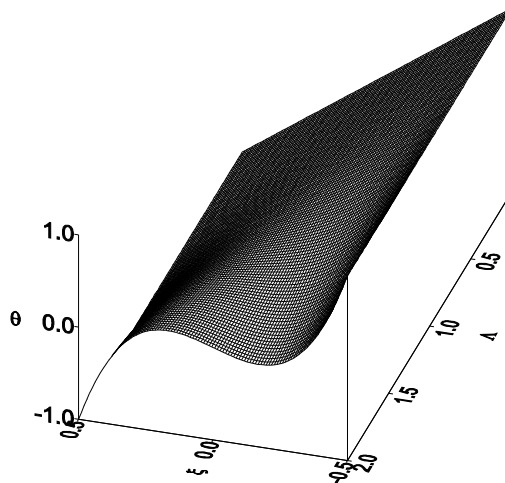


Рис. 3. Зависимость безразмерного угла поворота $q(x)/q_0$ безразмерной координаты x и от параметра L

Изгибающий момент запишется в виде

$$M_x(x) = -D \frac{d^2 w(x)}{a^2 dx^2} = -D \frac{8q_0 L}{a} \frac{1}{z^*} (w_3^* w_3(x) + w_1^* w_1(x)). \quad (23)$$

Напряжения вычисляем согласно формуле

$$s_x(x) = \frac{z}{2h^3/3} M_x(x). \quad (24)$$

Максимальный прогиб клеевой пластины

$$w_{\max} = -w(0) = \frac{aq_0}{L} \frac{\sin(L) \sinh(L)}{\sin(2L) + \sinh(2L)}. \quad (25)$$

Наибольший изгибающий момент

$$M_{\max} = -D \frac{d^2 w\left(\frac{a}{2}\right)}{a^2 dx^2} = -D \frac{4L q_0}{a} \frac{\cos(2L) + \cosh(2L)}{\sin(2L) + \sinh(2L)}. \quad (26)$$

Момент в середине пластины

$$M(0) = -D \frac{d^2 w(0)}{a^2 dx^2} = -D \frac{8L q_0}{a} \frac{\cos(L) \cosh(L)}{\sin(2L) + \sinh(2L)}. \quad (27)$$

Величина $M_{\max} > M(0)$ для всех значений безразмерного параметра L .

Проведенные исследования позволили изучить характер изменений напряжённо-деформированного состояния межлистовой зоны клевого соединения при раскрывании книги. Сравнивая рассчитанные максимальные напряжения, возникающие в клеевом слое корешка книги, с допускаемыми напряжениями клея можно оценить прочность проектируемой конструкции книги.

1. Гавенко С. Ф. Нормалізація технології незшивного клейового скріплення книг: теоретичні та практичні аспекти. Львів, 2002. 2. Корнилов И. К., Лебедев Ю. М., Панайоти Н. Н., Хмельник М. Н. Методика расчета напряжений в клеевом соединении листов книжного блока при бесшвейном скреплении // Тр. ВНИИполиграфмаша. Высокопроизводительное брошюровочно-переплетное оборудование. М., 1983. С. 55–64. 3. Корнилов И. К. Проектирование книжных конструкций. М., 2001. 4. Писаренко Г. С., Агаев В. А., Квитка А. Л. и др. Сопротивление материалов. К., Вища школа, 1986. 5. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Справочник по сопротивлению материалов. К., 1988. 6. Petriaszwili G., Pyrjew J. An analysis of the tensions in adhesive layer during books operational use. VIII Seminar in Graphic Arts, Conference Proceeding, University Pardubice. 2007.