

УДК 655.027

**М. В. Шовгенюк, М. Р. Крик**  
*Українська академія друкарства*

### **АНАЛІТИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК СИСТЕМ АВТОТИПНИХ РІВНЯНЬ**

*Запропоновано загальне векторне рівняння автотипного синтезу кольорів на друкарському відбитку з урахуванням базових векторів кольорів тріадних фарб. Обґрунтовано принципову можливість відтворення довільного кольору на кольоровому відбитку двома кольоровими та чорною фарбами, умови яких визначаються положенням кольору на CaS-діаграмі. Отримано аналітичні розв'язки трьох систем автотипних рівнянь. На основі одержаних аналітичних виразів наведено результати чисельних розрахунків тріадних фарб кольорів за даними RGB-координат.*

***Векторне рівняння, автотипний синтез кольорів, друкарський відбиток, базовий вектор кольорів, тріадні фарби, офсетний друк***

Модель автотипного синтезу кольорів у трифарбовому растровому друці кольоровими фарбами вперше була описана в роботі Ньюберга [4]. Учений сформулював принцип просторового змішування кольорів різних фарб, згідно з яким вектор результуючого кольору дорівнює векторній сумі добутків усіх кольорів, що синтезуються даними фарбами, на їх відносну площу, яку вони займають на растровому відбитку. Водночас і незалежно Нейгебауер у роботах [13, 14] на основі Міжнародних координат кольорів *CIE XYZ* записав аналітичні рівняння автотипного синтезу кольорів у багатофарбовому друці, загальновідомі як рівняння Ньюберга–Нейгебауера, які є теоретичною базою моделювання кольорів у растровому процесі. В основі побудови рівнянь Ньюберга–Нейгебауера використовуються рівняння Демішеля [11], які визначають відносні площі растрових елементів усіх базових кольорів.

Слід відмітити, що число базових кольорів зростає до  $2^N$ , де  $N$  — кількість фарб, тому рівняння Ньюберга–Нейгебауера від  $2^N$ -змінних суттєво ускладнюються. На цю обставину свого часу вказував Ньюберг [5], що аналітична модель автотипного синтезу кольорів проста у формулюванні, проте особливо цінних практичних результатів з такої моделі отримати не вдалося. Дослідження Селіванова [7], Ганієва [1] та інших авторів [6] підтвердили, що чисельними методами рівняння Ньюберга–Нейгебауера дозволяють одержати розв'язки для оцінки кольору на друкарському відбитку, однак використання їх для моделювання автотипного процесу залишається проблематичним.

Відомо ряд робіт [10, 12, 15–17], в яких досліджуються спектральні моделі рівнянь Демішеля–Нейгебауера з урахуванням показника нелінійності, запропонованого Юлом і Нільсоном [18], для опису реального процесу багатофарбового друку. Очевидно, що такі моделі не мають теоретичного розв'язку і можуть бути реалізовані виключно методами комп'ютерного експерименту.

Авторами [2, 9] запропоновано новий метод визначення показника нелінійності у друкарського процесу на основі експериментальних даних колориметричних вимірювань координат  $X, Y, Z$  кольорів тріадних фарб на друкарському відбитку. Використання цього методу дозволило встановити числові значення координат базових векторів, які відповідають стандартизованим умовам офсетного друку на папері різних типів. Проведені дослідження показали, що з урахуванням показника нелінійності у автотипні рівняння синтезу кольорів виконуються з досить високою точністю. Це дозволило розробити й успішно реалізувати нову інформаційну модель кольороподілу зображення [3].

У даній роботі на основі використання нового колірному простору  $ICaS$  [8] та принципу відтворення довільного кольору області кольорового покриття тріадних фарб двома кольоровими та чорною фарбами описано аналітичний метод розв'язку систем автотипних рівнянь.

Виберемо довільний колір оригіналу, представлений вектором  $C_{gen} (R_{gen}, G_{gen}, B_{gen})$ . Синтез цього кольору на відбитку чотирма тріадними фарбами записується загальним автотипним рівнянням

$$C_{gen} = S_C^0 (S_C^0 R_0 + S_M^0 G_0 + S_Y^0 B_0 + S_M^0 S_Y^0 C_0 + S_C^0 S_Y^0 M_0 + S_C^0 S_M^0 Y_0 + S_C^0 S_M^0 S_Y^0 K_0) \quad (1)$$

у вигляді векторної суми базових векторів тріадних фарб. У рівнянні (1) використано такі позначення для відносних площ  $S_C, S_M, S_Y, S_K$  тріадних фарб — голубої ( $C$ ), пурпурної ( $M$ ), жовтої ( $Y$ ) і чорної ( $K$ ):

$$S_C^0 = 1 - S_C; \quad S_M^0 = 1 - S_M; \quad S_Y^0 = 1 - S_Y; \quad S_K^0 = 1 - S_K. \quad (2)$$

Введені позначення (2) скалярних величин  $S_C^0, S_M^0, S_Y^0, S_K^0$  згідно з рівняннями Демішеля [11] мають фізичний зміст відсутності на відбитку відповідних фарб. Тоді три вектори

$$R_0 = MY; \quad G_0 = CY; \quad B_0 = CM \quad (3)$$

відповідають базовим векторам попарного накладання двох кольорових тріадних фарб. Відповідно, наступні три узагальнені вектори

$$C_0 = C - (CY + CY); \quad M_0 = M - (MY + CM); \quad Y_0 = Y - (MY + CY); \quad (4)$$

задаються різницями базових векторів  $C, M, Y$  чистих кольорових тріадних фарб і векторами (3) їх попарних накладань з іншими двома фарбами.

Насамкінець сьомий вектор

$$K_0 = W - (C + M + Y) + (MY + CY + CM) \quad (5)$$

задається алгебраїчною сумою одиничного вектора  $W(1,1,1)$  «білого» кольору паперу, векторів  $C, M, Y$  базових кольорів тріадних кольорових фарб та векторів (3) кольорів попарних накладань тріадних фарб.

Перейдемо до нової системи координат  $C_{gen} (I0_{gen}, C0_{gen}, S0_{gen})$  вектора кольору оригіналу в колірному просторі  $ICaS$ . Тоді базові вектори (3)–(5) можна подати як

$$\begin{pmatrix} I_{O_{MY}} \\ CO_{MY} \\ SO_{MY} \end{pmatrix} = \hat{\mathbf{H}} \begin{pmatrix} MY_R \\ MY_G \\ MY_B \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} I_{O_{CY}} \\ CO_{CY} \\ SO_{CY} \end{pmatrix} = \hat{\mathbf{H}} \begin{pmatrix} CY_R \\ CY_G \\ CY_B \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} I_{O_{CM}} \\ CO_{CM} \\ SO_{CM} \end{pmatrix} = \hat{\mathbf{H}} \begin{pmatrix} CM_R \\ CM_G \\ CM_B \end{pmatrix}; \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} I_{O_C} \\ CO_C \\ SO_C \end{pmatrix} = \hat{\mathbf{H}} \begin{pmatrix} C_R \\ C_G \\ C_B \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} I_{O_M} \\ CO_M \\ SO_M \end{pmatrix} = \hat{\mathbf{H}} \begin{pmatrix} M_R \\ M_G \\ M_B \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} I_{O_Y} \\ CO_Y \\ SO_Y \end{pmatrix} = \hat{\mathbf{H}} \begin{pmatrix} Y_R \\ Y_G \\ Y_B \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} I_{O_W} \\ CO_W \\ SO_W \end{pmatrix} = \hat{\mathbf{H}} \begin{pmatrix} W_R \\ W_G \\ W_B \end{pmatrix}, \quad (7)$$

де  $\hat{\mathbf{H}}$  — оператор унітарного перетворення, який описується матрицею Хартлі

$$H = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & H_1 & -H_2 \\ 1 & -H_2 & H_1 \end{bmatrix}, \quad H_1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}; \quad H_2 = \frac{\sqrt{3}+1}{2}. \quad (8)$$

Характерно, що матриця (8) описує як пряме, так і зворотнє перетворення  $RGB$ -координат кольорів оригіналу.

З урахуванням формул (6)–(7) векторне рівняння (1) у загальному вигляді можна записати як

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{gen} = S_K^0 & \left( S_C^0 \hat{\mathbf{H}} \mathbf{R}_0 + S_M^0 \hat{\mathbf{H}} \mathbf{G}_0 + S_Y^0 \hat{\mathbf{H}} \mathbf{B}_0 + \right. \\ & \left. + S_M^0 S_Y^0 \hat{\mathbf{H}} \mathbf{C}_0 + S_C^0 S_Y^0 \hat{\mathbf{H}} \mathbf{M}_0 + S_C^0 S_M^0 \hat{\mathbf{H}} \mathbf{Y}_0 + S_C^0 S_M^0 S_Y^0 \hat{\mathbf{H}} \mathbf{K}_0 \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Це векторне рівняння еквівалентне системі трьох нелінійних автотипних рівнянь відносно змінних  $S_C^0$ ,  $S_M^0$ ,  $S_Y^0$ , які характеризують кольорові триадні фарби. Беручи до уваги четверту (чорну) фарбу  $S_K^0$ , матимемо систему вже з чотирма невідомими і, відповідно, постановка задачі її розв'язання стає математично некоректною і неоднозначною щодо знаходження такого розв'язку. У цьому полягає основна проблема аналітичного розв'язання загального векторного рівняння (9), яка до цього часу не вирішена.

Принципова перевага використання простору  $ICaS$  у тому, що на хроматичній  $CaS$ -діаграмі можна подати всі базові кольори растрового відбитка, які синтезуються вибраною системою триадних фарб. На рис. 1 наведена  $CaS$ -діаграма кольорових триадних фарб відповідно до стандарту ISO 12647-2. Як видно, положення кольорових триадних фарб не відповідає напрямку додаткових кольорів адитивної  $RGB$ -системи кольорів оригіналу.

Зважаючи, що довільний колір  $\mathbf{C}_{gen} (R_{gen}, G_{gen}, B_{gen})$  синтезований чотирма триадними фарбами, на  $CaS$ -діаграмі він завжди займатиме положення в одній з трьох областей, обмежених лініями кольорів чистих кольорових фарб.

На підставі використання колірної простору  $ICaS$  сформулюємо загальний принцип кольоровідтворення в автотипному процесі: довільно вибраний колір, який описується ахроматичною координатою  $I_{O_{gen}}$  і двома хроматичними координатами  $(CO_{gen}, SO_{gen})$ , однозначно відтворюється двома кольоровими фарбами, коли положення вибраного кольору на  $CaS$ -діаграмі збігається з областю

кольорового покриття цих фарб, і третьою чорною фарбою, яка відповідає ахроматичній координаті  $I0_{gen}$ .

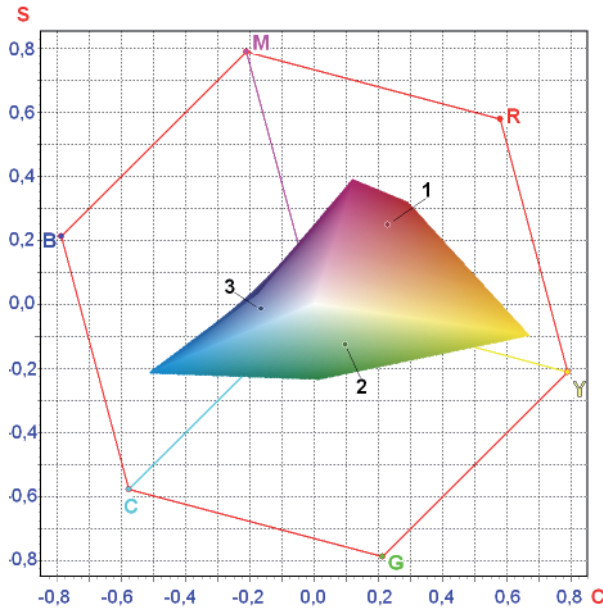


Рис. 1. Область кольорового покриття на CaS-діаграмі кольорових триадних фарб:

1 —  $S_C = 0,1, S_M = 0,9, S_Y = 0,75, S_K = 0,05$  RGB (152, 44, 49); 2 —  $S_C = 0,7, S_M = 0,1, S_Y = 0,85, S_K = 0,2$  RGB (73, 108, 52); 3 —  $S_C = 0,9, S_M = 0,7, S_Y = 0,2, S_K = 0,1$  RGB (38, 58, 96)

Покажемо, що загальне векторне рівняння (9) у частинному випадку систем нелінійних рівнянь з трьома змінними має аналітичний розв’язок. Детально опишемо розв’язок трьох типових систем автотипних рівнянь.

**Перший випадок:  $S_C = 0$  — відсутня голуба фарба.**

Тут загальне векторне рівняння (9) зводиться до вигляду

$$\left. \begin{aligned} I0_{gen} &= S_K^0 \left[ I0_{MY} + (I0_Y - I0_{MY})S_M^0 + (I0_M - I0_{MY})S_Y^0 + I0K_{MY}S_M^0S_Y^0 \right] \\ CO_{gen} &= S_K^0 \left[ CO_{MY} + (CO_Y - CO_{MY})S_M^0 + (CO_M - CO_{MY})S_Y^0 + COK_{MY}S_M^0S_Y^0 \right] \\ SO_{gen} &= S_K^0 \left[ SO_{MY} + (SO_Y - SO_{MY})S_M^0 + (SO_M - SO_{MY})S_Y^0 + SOK_{MY}S_M^0S_Y^0 \right] \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

де коефіцієнти:  $I0_{MY} = (I0_W - I0_M - I0_Y + I0_{MY})$ ;  $COK_{MY} = (CO_W - CO_M - CO_Y + CO_{MY})$ ;  $SOK_{MY} = (SO_W - SO_M - SO_Y + SO_{MY})$ .

Для розв’язання цієї системи використаємо метод послідовного вилучення змінних. З першого рівняння системи (10) легко знайти розв’язок для чорної фарби:

$$S_K^0 = \frac{I0_{gen}}{I0_{MY} + (I0_Y - I0_{MY})S_M^0 + (I0_M - I0_{MY})S_Y^0 + I0K_{MY}S_M^0S_Y^0}. \quad (11)$$

Цей розв'язок підставляємо в два наступні рівняння системи (10) для хроматичних координат кольору ( $CO_{gen}, SO_{gen}$ ). У результаті отримуємо значно простішу систему двох нелінійних рівнянь стосовно кольорових фарб  $S_M^0, S_Y^0$ :

$$\left. \begin{aligned} A_{IC}^{(1)} + B_{IC}^{(1)}S_M^0 + C_{IC}^{(1)}S_Y^0 + D_{IC}^{(1)}S_M^0S_Y^0 &= 0 \\ A_{IS}^{(1)} + B_{IS}^{(1)}S_M^0 + C_{IS}^{(1)}S_Y^0 + D_{IS}^{(1)}S_M^0S_Y^0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} A_{IC}^{(1)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_{MY} \\ CO_{gen} & CO_{MY} \end{vmatrix}; & A_{IS}^{(1)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_{MY} \\ SO_{gen} & SO_{MY} \end{vmatrix}; \\ B_{IC}^{(1)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_Y - I0_{MY} \\ CO_{gen} & CO_Y - CO_{MY} \end{vmatrix}; & B_{IS}^{(1)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_Y - I0_{MY} \\ SO_{gen} & SO_Y - SO_{MY} \end{vmatrix}; \\ C_{IC}^{(1)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_M - I0_{MY} \\ CO_{gen} & CO_M - CO_{MY} \end{vmatrix}; & C_{IS}^{(1)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_M - I0_{MY} \\ SO_{gen} & SO_M - SO_{MY} \end{vmatrix}; \\ D_{IC}^{(1)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0K_{MY} \\ CO_{gen} & COK_{MY} \end{vmatrix}; & D_{IS}^{(1)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0K_{MY} \\ SO_{gen} & SOK_{MY} \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

Вони однозначно описують положення вибраного кольору на  $CaS$ -діаграмі в секторі «червоних» кольорів, які формуються пурпурною і жовтою фарбами.

Для аналітичного розв'язання системи (12) з першого рівняння знаходимо вираз для другої змінної, для прикладу пурпурної фарби:

$$S_M^0 = -\frac{A_{IC}^{(1)} + C_{IC}^{(1)}S_Y^0}{B_{IC}^{(1)} + D_{IC}^{(1)}S_Y^0}. \quad (14)$$

Тоді, підставивши цей вираз у друге рівняння системи (12), отримаємо квадратне рівняння для жовтої фарби:

$$A_1 + B_1S_Y^0 + F_1(S_Y^0)^2 = 0, \quad (15)$$

яке має два аналітичні розв'язки:

$$S_Y^0 = -\frac{B_1}{2F_1} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4A_1F_1}{B_1^2}} \right) \quad (16)$$

Тут постійні коефіцієнти рівняння (15) і його розв'язків (16) легко записати у вигляді розкладу за  $ICaS$  координатами ( $I0_{gen}, CO_{gen}, SO_{gen}$ ) досліджуваного кольору:

$$A_1 = \begin{vmatrix} IO_{gen} & IO_Y & IO_{MY} \\ CO_{gen} & CO_Y & CO_{MY} \\ SO_{gen} & SO_Y & SO_{MY} \end{vmatrix}; \quad (17)$$

$$B_1 = \begin{vmatrix} IO_{gen} & IO_Y & IO_M - IO_{MY} \\ CO_{gen} & CO_Y & CO_M - CO_{MY} \\ SO_{gen} & SO_Y & SO_M - SO_{MY} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} IO_{gen} & IO_W - IO_Y & IO_{MY} \\ CO_{gen} & CO_W - CO_Y & CO_{MY} \\ SO_{gen} & SO_W - SO_Y & SO_{MY} \end{vmatrix}; \quad (18)$$

$$F_1 = \begin{vmatrix} IO_{gen} & IO_W - IO_Y & IO_M - IO_{MY} \\ CO_{gen} & CO_W - CO_Y & CO_M - CO_{MY} \\ SO_{gen} & SO_W - SO_Y & SO_M - SO_{MY} \end{vmatrix}. \quad (19)$$

У нових формулах (13), (17)–(19) визначники матриць  $2 \times 2$  і  $3 \times 3$  складено з координат у колірному просторі  $ICaS$  базових векторів жовтої ( $Y$ ), пурпурної ( $M$ ) фарб і їх подвійного накладання ( $R = MY$ ).

Підставивши розв'язок (16) у формулу (14), а відтак у формулу (11), одержимо розв'язки для пурпурної  $S_M^0$  та чорної  $S_K^0$  фарб. Таким чином, ми отримали аналітичний розв'язок системи (10) нелінійних автотипних рівнянь для всіх трьох фарб —  $S_Y^0$ ,  $S_M^0$ ,  $S_K^0$ .

Описаний метод аналітичного розрахунку системи нелінійних автотипних рівнянь нетріадних фарб легко поширюється на два інші варіанти тріадних фарб.

#### Другий випадок: $S_M = 0$ — відсутня пурпурна фарба.

У даному разі загальне векторне рівняння (9) набуває такого вигляду:

$$\left. \begin{aligned} IO_{gen} &= S_K^0 \left[ IO_{CY} + (IO_Y - IO_{CY})S_C^0 + (IO_C - IO_{CY})S_Y^0 + IO_{CY}S_C^0S_Y^0 \right] \\ CO_{gen} &= S_K^0 \left[ CO_{CY} + (CO_Y - CO_{CY})S_C^0 + (CO_C - CO_{CY})S_Y^0 + CO_{CY}S_C^0S_Y^0 \right] \\ SO_{gen} &= S_K^0 \left[ SO_{CY} + (SO_Y - SO_{CY})S_C^0 + (SO_C - SO_{CY})S_Y^0 + SO_{CY}S_C^0S_Y^0 \right] \end{aligned} \right\}, \quad (20)$$

де коефіцієнти:  $IO_{CY} = (IO_W - IO_C - IO_Y + IO_{CY})$ ;  $CO_{CY} = (CO_W - CO_C - CO_Y + CO_{CY})$ ;  $SO_{CY} = (SO_W - SO_C - SO_Y + SO_{CY})$ .

Аналогічним чином з першого рівняння системи (20) легко знайти розв'язок для чорної фарби:

$$S_K^0 = \frac{IO_{gen}}{IO_{CY} + (IO_Y - IO_{CY})S_C^0 + (IO_C - IO_{CY})S_Y^0 + IO_{CY}S_C^0S_Y^0}. \quad (21)$$

Одержаний розв'язок підставляємо в наступні два рівняння системи (20) для хроматичних координат кольору ( $CO_{gen}$ ,  $SO_{gen}$ ). У результаті отримуємо значно простішу систему двох нелінійних рівнянь відносно кольорових фарб  $S_C^0$ ,  $S_Y^0$ :

$$\left. \begin{aligned} A_{IC}^{(2)} + B_{IC}^{(2)} S_C^0 + C_{IC}^{(2)} S_Y^0 + D_{IC}^{(2)} S_C^0 S_Y^0 = 0 \\ A_{IS}^{(2)} + B_{IS}^{(2)} S_C^0 + C_{IS}^{(2)} S_Y^0 + D_{IS}^{(2)} S_C^0 S_Y^0 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} A_{IC}^{(2)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_{CY} \\ C0_{gen} & C0_{CY} \end{vmatrix}; & A_{IS}^{(2)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_{CY} \\ S0_{gen} & S0_{CY} \end{vmatrix}; \\ B_{IC}^{(2)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_Y - I0_{CY} \\ C0_{gen} & C0_Y - C0_{CY} \end{vmatrix}; & B_{IS}^{(2)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_Y - I0_{CY} \\ S0_{gen} & S0_Y - S0_{CY} \end{vmatrix}; \\ C_{IC}^{(2)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_C - I0_{CY} \\ C0_{gen} & C0_C - C0_{CY} \end{vmatrix}; & C_{IS}^{(2)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_C - I0_{CY} \\ S0_{gen} & S0_C - S0_{CY} \end{vmatrix}; \\ D_{IC}^{(2)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0K_{CY} \\ C0_{gen} & C0K_{CY} \end{vmatrix}; & D_{IS}^{(2)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0K_{CY} \\ S0_{gen} & S0K_{CY} \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (23)$$

Вони однозначно описують положення вибраного кольору на  $CaS$ -діаграмі в секторі «зелених» кольорів, які формуються голубою і жовтою фарбами.

Для аналітичного розв'язання системи (22) з першого рівняння знаходимо вираз для другої змінної, для прикладу голубої фарби:

$$S_C^0 = -\frac{A_{IC}^{(2)} + C_{IC}^{(2)} S_Y^0}{B_{IC}^{(2)} + D_{IC}^{(2)} S_Y^0}. \quad (24)$$

Підставивши цей вираз у друге рівняння системи (22), одержимо аналогічно формулі (15) квадратне рівняння для жовтої фарби:

$$A_2 + B_2 S_Y^0 + F_2 (S_Y^0)^2 = 0, \quad (25)$$

яке має два інші аналітичні розв'язки:

$$S_Y^0 = -\frac{B_2}{2F_2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4A_2 F_2}{B_2^2}} \right). \quad (26)$$

Тут постійні коефіцієнти рівняння (25) і його розв'язків (26) також легко записати у вигляді розкладу за  $ICaS$  координатами ( $I0_{gen}$ ,  $C0_{gen}$ ,  $S0_{gen}$ ) досліджуваного кольору:

$$A_2 = \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_Y & I0_{CY} \\ C0_{gen} & C0_Y & C0_{CY} \\ S0_{gen} & S0_Y & S0_{CY} \end{vmatrix}; \quad (27)$$

$$B_2 = \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_Y & I0_C - I0_{CY} \\ C0_{gen} & C0_Y & C0_C - C0_{CY} \\ S0_{gen} & S0_Y & S0_C - S0_{CY} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_W - I0_Y & I0_{CY} \\ C0_{gen} & C0_W - C0_Y & C0_{CY} \\ S0_{gen} & S0_W - S0_Y & S0_{CY} \end{vmatrix}; \quad (28)$$

$$F_2 = \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_W - I0_Y & I0_C - I0_{CY} \\ C0_{gen} & C0_W - C0_Y & C0_C - C0_{CY} \\ S0_{gen} & S0_W - S0_Y & S0_C - S0_{CY} \end{vmatrix}. \quad (29)$$

У нових формулах (23), (27)–(29) визначники матриць  $2 \times 2$  і  $3 \times 3$  складено з координат у колірному просторі  $ICaS$  базових векторів голубої ( $C$ ), жовтої ( $Y$ ) фарб та їх подвійного накладання ( $G = CY$ ).

Підставивши розв'язок (26) у формулу (24), а далі у формулу (21), отримуємо розв'язки для голубої  $S_C^0$  та чорної  $S_K^0$  фарб. Таким чином, ми одержали аналітичний розв'язок системи (20) нелінійних автотипних рівнянь для трьох фарб —  $S_C^0$ ,  $S_Y^0$ ,  $S_K^0$ .

**Третій випадок:  $S_Y = 0$  — відсутня жовта фарба.**

Тут загальне векторне рівняння (9) зводиться до такого вигляду:

$$\left. \begin{aligned} I0_{gen} &= S_K^0 \left[ I0_{CM} + (I0_M - I0_{CM})S_C^0 + (I0_C - I0_{CM})S_M^0 + I0K_{CM}S_C^0S_M^0 \right] \\ C0_{gen} &= S_K^0 \left[ C0_{CM} + (C0_M - C0_{CM})S_C^0 + (C0_C - C0_{CM})S_M^0 + C0K_{CM}S_C^0S_M^0 \right] \\ S0_{gen} &= S_K^0 \left[ S0_{CM} + (S0_M - S0_{CM})S_C^0 + (S0_C - S0_{CM})S_M^0 + S0K_{CM}S_C^0S_M^0 \right] \end{aligned} \right\}, \quad (30)$$

де коефіцієнти:  $I0K_{CM} = (I0_W - I0_C - I0_M + I0_{CM})$ ;  $C0K_{CM} = (C0_W - C0_C - C0_M + C0_{CM})$ ;  $S0K_{CM} = (S0_W - S0_C - S0_M + S0_{CM})$ .

Тепер з першого рівняння системи (30) легко знайти розв'язок для чорної фарби:

$$S_K^0 = \frac{I0_{gen}}{I0_{CM} + (I0_M - I0_{CM})S_C^0 + (I0_C - I0_{CM})S_M^0 + I0K_{CM}S_C^0S_M^0}. \quad (31)$$

Цей розв'язок підставляємо в наступні два рівняння системи (30) для хроматичних координат кольору ( $C0_{gen}$ ,  $S0_{gen}$ ). У результаті отримуємо значно простішу систему двох нелінійних рівнянь відносно кольорових фарб  $S_C^0$ ,  $S_M^0$ :

$$\left. \begin{aligned} A_{IC}^{(3)} + B_{IC}^{(3)}S_C^0 + C_{IC}^{(3)}S_M^0 + D_{IC}^{(3)}S_C^0S_M^0 &= 0 \\ A_{IS}^{(3)} + B_{IS}^{(3)}S_C^0 + C_{IS}^{(3)}S_M^0 + D_{IS}^{(3)}S_C^0S_M^0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{IC}^{(3)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_{CM} \\ C0_{gen} & C0_{CM} \end{vmatrix}; & A_{IS}^{(3)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_{CM} \\ S0_{gen} & S0_{CM} \end{vmatrix}; \\ B_{IC}^{(3)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_M - I0_{CM} \\ C0_{gen} & C0_M - C0_{CM} \end{vmatrix}; & B_{IS}^{(3)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_M - I0_{CM} \\ S0_{gen} & S0_M - S0_{CM} \end{vmatrix}; \\ C_{IC}^{(3)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_C - I0_{CM} \\ C0_{gen} & C0_C - C0_{CM} \end{vmatrix}; & C_{IS}^{(3)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_C - I0_{CM} \\ S0_{gen} & S0_C - S0_{CM} \end{vmatrix}; \\ D_{IC}^{(3)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0K_{CM} \\ C0_{gen} & C0K_{CM} \end{vmatrix}; & D_{IS}^{(3)} &= \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0K_{CM} \\ S0_{gen} & S0K_{CM} \end{vmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$



Вони однозначно описують положення вибраного кольору на  $CaS$ -діаграмі в секторі «синіх» кольорів, які формуються голубою і пурпурною фарбами.

Для аналітичного розв'язання системи (32) з першого рівняння знаходимо вираз для другої змінної, для прикладу голубої фарби:

$$S_C^0 = -\frac{A_{IC}^{(3)} + C_{IC}^{(3)} S_M^0}{B_{IC}^{(3)} + D_{IC}^{(3)} S_M^0}. \quad (34)$$

Підставивши цей вираз у друге рівняння системи (32), одержимо квадратне рівняння для пурпурної фарби:

$$A_3 + B_3 S_M^0 + F_3 (S_M^0)^2 = 0. \quad (35)$$

$$B_3 = \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_M & I0_C - I0_{CM} \\ C0_{gen} & C0_M & C0_C - C0_{CM} \\ S0_{gen} & S0_M & S0_C - S0_{CM} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_W - I0_M & I0_{CM} \\ C0_{gen} & C0_W - C0_M & C0_{CM} \\ S0_{gen} & S0_W - S0_M & S0_{CM} \end{vmatrix}; \quad (36)$$

$$F_3 = \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_W - I0_M & I0_C - I0_{CM} \\ C0_{gen} & C0_W - C0_M & C0_C - C0_{CM} \\ S0_{gen} & S0_W - S0_M & S0_C - S0_{CM} \end{vmatrix}. \quad (37)$$

$$F_3 = \begin{vmatrix} I0_{gen} & I0_W - I0_M & I0_C - I0_{CM} \\ C0_{gen} & C0_W - C0_M & C0_C - C0_{CM} \\ S0_{gen} & S0_W - S0_M & S0_C - S0_{CM} \end{vmatrix}. \quad (38)$$

Тут постійні коефіцієнти рівняння (34) записано у вигляді визначників, в яких перший стовпець задається координатами  $(I0_{gen}, C0_{gen}, S0_{gen})$  досліджуваного кольору. Це рівняння має два аналогічні аналітичні розв'язки:

$$S_M^0 = -\frac{B_3}{2F_3} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4A_3 F_3}{B_3^2}} \right). \quad (39)$$

У нових формулах (33), (36)–(38) визначники матриць  $2 \times 2$  і  $3 \times 3$  складено з координат у колірному просторі  $ICaS$  базових векторів голубої ( $C$ ), пурпурної ( $M$ ) фарб та їх подвійного накладання ( $B = CM$ ).

Підставивши розв'язок (39) у формулу (32), а після того у формулу (31), отримаємо розв'язки для пурпурної  $S_M^0$  та чорної  $S_K^0$  фарб. Таким чином, ми одержали аналітичний розв'язок системи (30) нелінійних автотипних рівнянь для трьох фарб —  $S_C^0, S_M^0, S_K^0$ .

На основі отриманих аналітичних розв'язків проведемо аналіз чисельних результатів розрахунку триадних фарб. Візьмемо координати базових векторів

$$\begin{pmatrix} C_R \\ C_G \\ C_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,0189 \\ 0,4972 \\ 0,7917 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} M_R \\ M_G \\ M_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,6483 \\ 0,0777 \\ 0,3434 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} Y_R \\ Y_G \\ Y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9738 \\ 0,8633 \\ 0,1002 \end{pmatrix}; \\
 \begin{pmatrix} MY_R \\ MY_G \\ MY_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,6628 \\ 0,1265 \\ 0,1504 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} CY_R \\ CY_G \\ CY_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1334 \\ 0,4464 \\ 0,1983 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} CM_R \\ CM_G \\ CM_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1536 \\ 0,1709 \\ 0,3824 \end{pmatrix}, \quad (40)$$

які за експериментальними даними FOGRA відповідають стандартизованим умовам офсетного друку на крейдованому папері. Виберемо три характерні випадки кольорів, числові дані яких наведено в таблиці. На основі цих показників проведемо розрахунок відповідно до загального векторного рівняння (9). Як видно з *CaS*-діаграми на рис. 1, ці кольори знаходяться в трьох різних областях.

**Чисельні результати розв'язання систем автотипних рівнянь  
(10), (20), (30) для даних базових векторів (40)**

	Випадок 1	Випадок 2	Випадок 3
Скалярні величини триадних фарб	$S_C^0 = 0,9$ $S_M^0 = 0,1$ $S_Y^0 = 0,25$ $S_K^0 = 0,95$	$S_C^0 = 0,3$ $S_M^0 = 0,9$ $S_Y^0 = 0,15$ $S_K^0 = 0,8$	$S_C^0 = 0,1$ $S_M^0 = 0,3$ $S_Y^0 = 0,8$ $S_K^0 = 0,9$
Розрахункові <i>ICaS</i> -координати	$IO_{gen} = 0,5544$ $CO_{gen} = 0,2287$ $SO_{gen} = 0,2481$	$IO_{gen} = 0,5277$ $CO_{gen} = 0,095$ $SO_{gen} = -0,1259$	$IO_{gen} = 0,4351$ $CO_{gen} = -0,165$ $SO_{gen} = -0,0143$
Аналітичні розв'язки	$S_C^0 = 1,0$ $S_M^0 = 0,1130$ $S_Y^0 = 0,2917$ $S_K^0 = 0,8565$	$S_C^0 = 0,3404$ $S_M^0 = 1,0$ $S_Y^0 = 0,1773$ $S_K^0 = 0,7038$	$S_C^0 = 0,1848$ $S_M^0 = 0,4430$ $S_Y^0 = 1,0$ $S_K^0 = 0,6560$
Розрахунок систем автотипних рівнянь			
Нові <i>ICaS</i> -координати	$IO_{gen} = 0,5544$ $CO_{gen} = 0,2287$ $SO_{gen} = 0,2481$	$IO_{gen} = 0,5277$ $CO_{gen} = 0,095$ $SO_{gen} = -0,1259$	$IO_{gen} = 0,4351$ $CO_{gen} = -0,165$ $SO_{gen} = -0,0143$

Для першого випадку на основі отриманих аналітичних виразів (11), (14) і (16) знаходимо аналітичні розв'язки для двох кольорових і чорної фарб. Аналогічним чином, для другого випадку на підставі формул (21), (24) і (26) і, відповідно, для третього на основі формул (31), (34) і (39) отримуємо аналітичні розв'язки для інших пар кольорових і чорної фарб (див. таблицю).

Одержані числові значення аналітичних розв'язків дещо відрізняються від вхідних даних. Однак, коли підставити їх у системи автотипних рівнянь (10), (20) і (30), що є критерієм правильності теоретичних розв'язків, то отримуємо нові значення  $CaS$ -координат, які повністю збігаються з числовими значеннями  $CaS$ -координат на основі загального векторного рівняння (9).

Таким чином, ми показали, що всі кольори, синтезовані чотирма тріадними фарбами, однозначно відтворюються відповідними парами двох кольорових і чорної фарб. Це підтверджує чисельні результати правильності сформульованого принципу кольоровідтворення та отриманих аналітичних розв'язків систем автотипних рівнянь.

1. Ганиев Д. Х. Возможности автотипной колориметрии в высокой печати : автореф. дис. на здобуття ступеня канд. техн. наук: спец. 05.02.15 «Машины, агрегаты и процессы полиграфического производства» / Д. Х. Ганиев. — М., 1975. — 30 с. 2. Занько Н. В. Оцінка розтискування тріадних фарб на основі показника нелінійності / Н. В. Занько, Н. С. Писанчин, М. В. Шовгенюк : Комп'ютерні технології друкарства. — 2008. — № 20. — С. 247–259. 3. Занько Н. В. Створення інформаційної моделі кольороподілу на основі нових методів цифрової обробки зображень: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.13.06 «Інформаційні технології»/ Н. В. Занько. — Львів, 2009. — 24 с. 4. Ньюберг Н. Д. Метод расчета цветоделения в автотипной трехцветке : тр. НИИ ОГИЗ / Ньюберг Н. Д. М., 1935. — Вып. II. — С. 173–183. 5. Ньюберг Н. Д. Теоретические основы цветной репродукции / Ньюберг Н. Д. — М.: Советская наука, 1947. — 176 с. 6. Писанчин Н. С. Моделивання синтезу кольорів у растровому процесі / Н. С. Писанчин, Н. В. Занько, М. В. Шовгенюк // Наукові записки УАД. — 2007. — № 1(11). — С. 23–40. 7. Селиванов Ю. П. Основы моделирования и оптимального программирования автотипного процесса / Селиванов Ю. П. — М.: Книга, 1979. — 238 с. 8. Шовгенюк М. В. Новий кольоровий простір ICaS на основі перетворення Хартлі / Шовгенюк М. В. — Львів: ІФКС НАН України, 2009. — 24 с. — (Препринт / НАН України, ІФКС). 9. Шовгенюк М. В. Характеристики відбитків тріадних фарб у кольоровому просторі Adobe RGB / М. В. Шовгенюк, Н. В. Занько, Н. С. Писанчин // Комп'ютерні технології друкарства. — 2008. — № 19. — С. 203–222. 10. Amidror I. Neugebauer and Demichel: Dependence and Independence in  $n$ -Screen Superpositions for Colour Printing / I. Amidror, R.D. Hersch // J. Color Res. Appl. — 2000. — Vol. 25, No 4. — P. 267–277. 11. Demichel E. M. / Demichel E. M. // Le prociđif. — 1924. — Vol. 26, P. 17–21, 26–27. 12. Hersch R. D. Improving the Yule-Nielsen modified spectral Neugebauer model by dot surface coverages depending on the ink superposition conditions/ R. D. Hersch, F. Crřitř // IS&T/SPIE Electronic Imaging Symposium, Proc. SPIE.— 2005. — Vol. 5667. — P. 434–445. 13. Neugebauer H. E. J. Die theoretischen Grundlagen des Mehrfarbendrucks / H. E. J. Neugebauer // Zeitschrift für wissenschaftliche Photographie, Photophysik und Photochemie. — 1937. — Vol. 36, p. 36–73; reprinted in Neugebauer Memorial Seminar on Color Reproduction (14–15 Dec. 1989, Tokyo, Japan) // Proc. SPIE, Vol. 1184, P. 194–202 (1990). 14. Neugebauer H. E. J. The theoretical basis of multicolor letterpress printing. Translated [2] by D. Wyble and A. Kraushaar, commentary by M. Pearson / H. E. J. Neugebauer // Color Research and Application.— 2005. — Vol. 30 Issue 5, P. 322–331. 15. Ostromoukhov V. Chromaticity gamut enhancement by heptatone multi-color printing / V. Ostromoukhov // Proc. SPIE. — 1993. — Vol. 1909. — P. 139–151. 16. Rogers G. A. Generalized Clapper-Yule Model of Halftone Reflectance / Rogers G. A. // J. Color Res. Appl. — 2000. — Vol.

25, No. 6. — P. 402–407. 17. Rogers G. L. Neugebauer revisited: random dots in halftone screening / G. L. Rogers // J. Color. Res. Appl. — 1998. — Vol. 23. — P. 104–113. 18. Yule J.A.C. The penetration of light into paper and its effect on halftone reproductions / J.A.C. Yule, W. J. Nielsen // Proc. TAGA. — 1951. — Vol. 3. — P. 65–76.

### **АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМ АВТОТИПНЫХ УРАВНЕНИЙ**

*Предложено общее векторное уравнение автотипного синтеза цветов на печатном оттиске с учётом базовых векторов цветов триадных красок. Обосновано принципиальную возможность воспроизведения произвольного цвета на цветном оттиске двумя цветными и чёрной красками, условия которых определяются положением цвета на CaS-диаграмме. Получено аналитические решения трёх систем автотипных уравнений. На основании полученных аналитических выражений приводятся результаты численных расчётов триадных красок цветов по данным RGB-координат.*

### **ANALYTICAL SOLVE OF THE SYSTEMS OF AUTOTYPE EQUALIZATIONS**

*The general vector equation of autotype synthesis of colors on a printed impression was offered with taking into account the base vectors of color set. The principle possibility of the arbitrary color reproduction is based on a chromotype two coloured and black inks, the terms of which are determined by position of color on the CaS-diagram. There were got the analytical solves of three systems of autotype equations. There were resulted the numeral calculations of color set from data RGB-coordinates based on the got analytical expressions.*

*Стаття надійшла 11.03.10*

УДК 004.056

**Б. В. Дурняк, І. М. Лях**

*Українська академія друкарства*

### **СПОСОБИ ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ В ЗАСОБАХ МАСОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ**

*Окреслено найпоширеніші методи захисту даних у засобах масової інформації.*

***Інформація, захист, засоби масової інформації, аутентифікація, конфіденційність, інтегральність, доступність***

Залежно від можливостей систем масової інформації та алгоритму послуг, отримуваних за допомогою систем масової інформації, можна створити значний перелік різних небезпек, з якими стикаються як окремі користувачі, так і власники систем масової інформації. Для більш систематичного визначення їх насамперед встановимо базові типи небезпек впливу на роботу системи масової інформації щодо захисту даних, передаваних її каналами. Основні небезпеки визначено в рамках систем, що використовують криптографію як