

До недоліків інструмента 2-го типу слід віднести наявність бокової сили, що призводить до вигину штока з інструментом та інтенсивного спрацювання напрямних штока і протиножа.

Інструменти 3, 4 і 5-го типів більш складної форми, проте основний недолік ножа 2-го типу в них усунуто.

Запропоновану методику розрахунку технологічних навантажень, а також динаміку їх зміни слід використовувати для проектування різального інструмента, а також відповідних механізмів.

УДК 621.01

## КІНЕМАТИКА ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ З ГРУПАМИ АССУРА I І II ВИДІВ

*В.Р. Пасіка*

*Розглядається аналітична версія кінематичного аналізу важільних механізмів методом планів. Виведено лаконічні вирази для одержання кінематичних характеристик груп Ассура I і II видів. Ці вирази легко програмується і дають змогу проводити кінематичні дослідження механізмів II класу з розглядуваними групами Ассура.*

*Рассматривается аналитическая версия кинематического анализа рычажных механизмов методом планов. Выведены лаконичные формулы для получения кинематических характеристик групп Ассура I и II видов. Эти выражения легко программируются и дают возможность проводить исследования механизмов II класса с рассматриваемыми группами Ассура.*

Пропонований метод розроблений на основі структурної класифікації механізмів за Ассуром. Згідно з цією класифікацією механізми другого класу складаються хоча б з одного механізму першого класу і приєднаних до нього груп Ассура другого класу. Вміння знаходити кінематичні характеристики груп Ассура II класу дає змогу проводити кінематичний аналіз механізмів II класу в цілому. Нижче подається кінематичний аналіз груп Ассура I і II видів.

### Група Ассура I виду

При дослідженні груп Ассура I виду (рис.1) відомі: координати, вектори швидкості і пришвидшення зовнішніх кінематичних пар  $x_H, y_H, x_M, y_M, \vec{v}_M(v_M, \gamma_m)$ ,  $\vec{a}_M(a_M, \psi_m)$ ,  $\vec{v}_H(v_H, \gamma_h)$ ,  $\vec{a}_H(a_H, \psi_h)$ , де  $\gamma$  і  $\psi$  – кути нахилу відповідних швидкостей і пришвидшень до осі  $Ox$ ; відстань між внутрішньою і зовнішніми кінематичними парами  $l_i \equiv l_{ML}, l_j \equiv l_{HL}$ .

Потрібно визначити положення ланок групи  $\varphi_i, \varphi_j$  та кутові швидкості і пришвидшення ланок  $\omega_i, \omega_j, \varepsilon_i, \varepsilon_j$ .

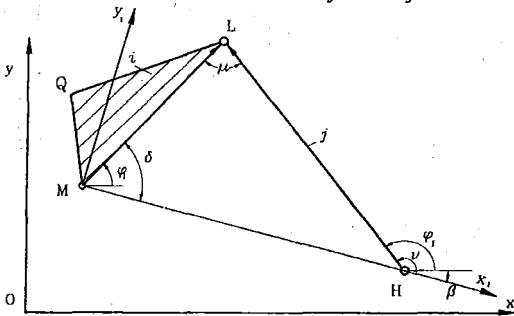


Рис.1. Група Ассура II класу I виду

### Визначення положень ланок

Рух структурної групи розглядаємо відносно проведеної довільно нерухомої системи координат  $xOy$ . Проведемо рухому систему координат  $x_1O_1y_1$ , яка пов'язана з групою таким чином, щоб вісь  $x_1$  проходила крізь зовнішні кінематичні пари  $M$  і  $H$ . Кут нахилу рухомої системи координат відносно нерухомої  $\text{tg } \beta = (y_H - y_M) / (x_H - x_M)$ . Чверть, в якій

лежить кут  $\beta$ , повністю визначається знаками чисельника і знаменника. Відстань між зовнішніми кінематичними парами  $l_{MH} = \sqrt{(x_H - x_M)^2 + (y_H - y_M)^2}$ . З трикутника  $\Delta MLH$  за теоремою косинусів знаходимо косинуси кута передачі  $\mu$  і кута  $\delta$  нахилу  $i$ -ї ланки до осі  $x_1$ :  $\cos \mu = \frac{l_i^2 + l_j^2 - l_{MH}^2}{2l_i l_j}$ ,  $\cos \delta = \frac{l_i^2 + l_{MH}^2 - l_j^2}{2l_i l_{MH}}$ . Тоді кути нахилу ланок  $ML$  і  $HL$  до осі абсцис  $Ox$  дорівнюватимуть:

$$\varphi_i = \beta + \text{sign}(zG1) \cdot \delta, \quad \varphi_j = \beta + \text{sign}(zG1) \cdot (\delta + \mu), \quad (1)$$

де  $zG1=1$  при правосторонньому контурі  $MLH$ ,  $zG1 = -1$  – при лівосторонньому.

### Визначення швидкостей

Рівняння, що описує зміну швидкостей ланок групи, запишемо у векторному вигляді, виразивши швидкість внутрішньої кінематичної пари  $L$  через зовнішні  $M$  і  $H$ :  $\vec{v}_{=M} + {}_M \vec{v}_L = \vec{v}_{=H} + {}_H \vec{v}_L$ .

Розв'язувати дане рівняння будемо аналітично. Для цього спроекуємо рівняння на осі координат  $xOy$  і отриману систему алгебраїчних рівнянь розв'яжемо відносно невідомих кутових швидкостей:

$$\omega_i = \frac{|v_M| \cos(\varphi_j - \gamma_m) - |v_H| \cos(\varphi_j - \gamma_h)}{l_i \sin(\varphi_i - \varphi_j)}, \quad \omega_j = \frac{|v_M| \cos(\varphi_i - \gamma_m) - |v_H| \cos(\varphi_i - \gamma_h)}{l_j \sin(\varphi_i - \varphi_j)}. \quad (2)$$

Слід нагадати, що при обертанні ланок проти стрілки годинника відповідні кутові швидкості додатні, і навпаки.

### Визначення пришвидшень

Рівняння, що описує пришвидшення ланок, запишемо у векторному вигляді, виразивши пришвидшення внутрішньої кінематичної пари  $L$  через пришвидшення зовнішніх кінематичних пар  $M$  і  $H$ :  $\vec{a}_{=M} + {}_M \vec{a}_{=L} + {}_M \vec{a}_L^r = \vec{a}_{=H} + {}_H \vec{a}_{=L} + {}_H \vec{a}_L^r$ . Спроєкуємо дане рівняння на осі координат  $xOy$ , і отриману систему алгебраїчних рівнянь розв'яжемо відносно невідомих кутових пришвидшень:

$$\varepsilon_i = \frac{|a_M| \cos(\psi_m - \varphi_j) - |a_H| \cos(\psi_h - \varphi_j) + \omega_j^2 l_j - \omega_i^2 l_i \cos(\varphi_i - \varphi_j)}{l_i \sin(\varphi_i - \varphi_j)},$$

$$\varepsilon_j = \frac{|a_M| \cos(\psi_m - \varphi_i) - |a_H| \cos(\psi_h - \varphi_i) + \omega_j^2 l_j \cos(\varphi_i - \varphi_j) - \omega_i^2 l_i}{l_j \sin(\varphi_i - \varphi_j)}. \quad (3)$$

Таким чином, для групи Ассура II класу I виду кінематичні характеристики визначені.

### Група Ассура II виду

При дослідженні груп Ассура II виду (рис.2) завжди відомі: координати, вектори швидкості і пришвидшення зовнішньої обертальної кінематичної пари  $M$  –  $\vec{l}_M(x_M, y_M)$ ,  $\vec{v}_M(v_M, \gamma_m)$ ,  $\vec{a}_M(a_M, \psi_m)$ ; кут нахилу напрямної  $\xi_q$  та ексцентриситет  $e$  для нерухомої напрямної; кут нахилу  $\xi_q$ , кутові швидкість  $\omega_q$  і пришвидшення  $\varepsilon_q$  напрямної і координати довільної точки на напрямній  $Z_q$ , її швидкість  $\vec{v}_{Z_q}(v_{Z_q}, \gamma_{zq})$  і пришвидшення

$\vec{a}_{Zq}(a_{Zq}, \psi_{Zq})$  для рухомої напрямної; геометричні розміри ланок групи  $l_i \equiv l_{LM}, l_j \equiv l_{HL}, \varphi_{j_q}$ .

Потрібно визначити кут нахилу  $\varphi_i$  ланки  $ML$  до осі  $Ox$ , її кутові швидкість  $\omega_i$  та пришвидшення  $\varepsilon_q$ ; координати повзуна  $H$  в системі координат  $xOy - x_H, y_H$  і в системі координат  $x_qOy_q - x_{H_q} \equiv l_{EH}$ ; швидкість та пришвидшення повзуна  $H$  відносно його напрямної  $q-q - \vec{v}_{H,q-q} \equiv_{H_q} \vec{v}_H, \vec{a}_{H,q-q} \equiv_{H_q} \vec{a}_H$ .

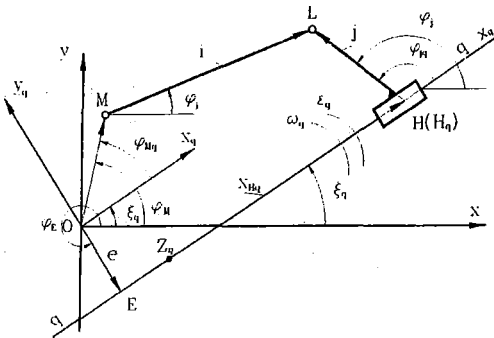


Рис. 2. Група Ассур II класу II виду

#### Визначення положень ланок

Положення ланок визначимо для двох випадків: при нерухомій і рухомій напрямній  $q-q$ .

#### Напрямна нерухома

Проведемо додаткову систему координат  $x_qOy_q$  під кутом  $\xi_q$  до системи  $xOy$  таким чином, щоб додатний напрям осі  $Ox_q$  збігався з додатним напрямом проєкції вектора  $\vec{l}_i$  на цю вісь (рис.2). Закриємо векторний контур  $\vec{l}_M + \vec{l}_i = \vec{e} + \vec{x}_{H_q} + \vec{l}_j$  і спроектуємо його на

осі  $x_qOy_q$ . Отриману систему алгебраїчних

рівнянь розв'яжемо відносно кута повороту гонка і положення поковзня:

$$\varphi_i = \arcsin \left\{ \frac{1}{l_i} [e \cdot ze + l_j \sin(\varphi_i - \xi_q) - l_M \sin(\varphi_M - \xi_q)] \right\} + \xi_q,$$

$$x_H = -e \cdot ze \sin \xi_q + x_{H_q} \cos \xi_q, \quad y_H = e \cdot ze \cos \xi_q + x_{H_q} \sin \xi_q, \quad (4)$$

де  $ze = \text{sign}[\text{sign}(y_E \cos \xi_q) - \text{sign}(x_E \sin \xi_q)]$ ,  $l_M = \sqrt{x_M^2 + y_M^2}$ ;  $e$  - ексцентриситет поковзня відносно нерухомої системи координат  $xOy$ ,  $\varphi_M = \text{arctg} \frac{y_M}{x_M}$ ,

$$x_{H_q} = l_M \cos \varphi_{M_q} + l_i \cos \varphi_{i_q} - l_j \cos \varphi_{j_q}, \quad x_{H_q} = l_M \cos(\varphi_M - \xi_q) + l_i \cos(\varphi_i - \xi_q) - l_j \cos \varphi_{j_q}.$$

Отже, положення групи визначене.

#### Напрямна рухома

При рухомій напрямній величини кута  $\xi_q$  нахилу напрямної  $q-q$  до осі  $Ox$  і ексцентриситету  $e$  змінні. При цьому змінюватись буде і кут  $q-q$  - нахилу ексцентриситету  $e \equiv OE$  до осі  $Ox$ . Для знаходження невідомих величин  $e$  і  $\varphi_E$  записуємо рівняння напрямної  $q-q$  і перпендикуляра  $e \equiv OE$ , опущеного на напрямну з початку координат  $O$ . Координати точки  $E$  становлять розв'язок отриманої системи координат:  $x_E = (x_{Zq} \sin \xi_q - y_{Zq} \cos \xi_q) \sin \xi_q$ ,  $y_E = (y_{Zq} \cos \xi_q - x_{Zq} \sin \xi_q) \cos \xi_q$ .

Визначивши координати точки  $E$ , знаходимо величину ексцентриситету  $e$  і кут  $\varphi_E$  його нахилу до осі  $Ox$ :  $e = \sqrt{x_E^2 + y_E^2}$ ,  $\text{tg} \varphi_E = y_E / x_E$ .

Кут нахилу гонка  $\varphi_i$  обчислюємо за дещо зміненим виразом

$$\varphi_i = \arcsin \left\{ \frac{1}{l_i} [e \sin \varphi_E + l_j \sin(\varphi_i - \xi_q) - l_M \sin(\varphi_M - \xi_q)] \right\} + \xi_q, \quad (5)$$

а положення поковзня – за отриманими вище (4) виразами аналогічно, як і для нерухомої напрямної.

**Визначення швидкостей**

Векторне рівняння, що описує швидкості групи Ассур II класу має вигляд  $\vec{v}_{\underline{M}} + \vec{v}_{\underline{M}} = \vec{v}_{\underline{Z}_q} + \vec{v}_{\underline{Z}_q} + \vec{v}_{\underline{H}_q} + \vec{v}_{\underline{H}_q} + \vec{v}_{\underline{H}} + \vec{v}_{\underline{H}} = \vec{v}_{\underline{L}}$ . Спроєктуємо дане рівняння на осі координат  $xOy$  і розв'яжемо отриману систему алгебраїчних рівнянь відносно невідомих кутової швидкості  $\omega_i$  і швидкості  $v_{H_q}$  поковзня відносно напрямної:

$$\omega_i = \frac{-|v_M| \sin(\gamma_m - \xi_q) + |v_{Z_q}| \sin(\gamma_{z_q} - \xi_q) + \omega_q l_{H_q Z_q} + \omega_q l_j \cos(\varphi_j - \xi_q)}{l_i \cos(\varphi_i - \xi_q)},$$

$$v_{H_q} = \frac{|v_M| \cos(\varphi_i - \gamma_m) - |v_{Z_q}| \cos(\varphi_i - \gamma_{z_q}) - \omega_q l_{H_q Z_q} \sin(\varphi_i - \xi_q)}{\cos(\varphi_i - \xi_q)}. \quad (6)$$

**Визначення пришвидшень**

Виразивши у векторній формі пришвидшення внутрішньої кінематичної пари  $L$  через пришвидшення зовнішніх кінематичних пар  $M$  і  $H$ ,

$$\vec{a}_{\underline{M}} + \vec{a}_{\underline{M}} + \vec{a}_{\underline{L}} = \vec{a}_{\underline{Z}_q} + \vec{a}_{\underline{Z}_q} + \vec{a}_{\underline{H}_q} + \vec{a}_{\underline{H}_q} + \vec{a}_{\underline{H}} + \vec{a}_{\underline{H}} + \vec{a}_{\underline{L}}$$

і спроєктувавши це векторне рівняння на осі нерухомої системи координат  $xOy$ , після розв'язання системи алгебраїчних рівнянь і алгебраїчно-тригонометричних перетворень запишемо вирази для невідомих кутової швидкості гонка  $\varepsilon_i$  і відносного пришвидшення

$a_{H_q}^r$ :

$$\varepsilon_i = \frac{|a_{Z_q}| \sin(\psi_{z_q} - \xi_q) - |a_M| \sin(\psi_m - \xi_q) + \varepsilon_q l_{H_q Z_q} + 2\omega_q \cdot v_{H_q}}{l_i \cos(\varphi_i - \xi_q)} \times$$

$$\times \frac{+ \omega_i^2 l_i \sin(\varphi_i - \xi_q) - \omega_q^2 l_j \sin(\varphi_j - \xi_q) + \varepsilon_q l_j \cos(\varphi_j - \xi_q)}{1},$$

$$a_{H_q}^r = \frac{|a_M| \cos(\psi_m - \varphi_i) - |a_{Z_q}| \cos(\psi_{z_q} - \varphi_i) + \omega_q^2 l_{H_q Z_q} \cos(\varphi_i - \xi_q) - (\varepsilon_q l_{H_q Z_q} + 2\omega_q \cdot v_{H_q}) \sin(\varphi_i - \xi_q) -}{\cos(\varphi_i - \xi_q)} \times$$

$$\times \frac{- \omega_i^2 l_i + \omega_q^2 l_j \cos(\varphi_j - \varphi_i) + \varepsilon_q l_j \sin(\varphi_j - \varphi_i)}{1}. \quad (7)$$

Якщо відносне пришвидшення повзуна і напрямної отримаємо зі знаком '+', ( $a_{H_q}^r > 0$ ),

то кут нахилу цього пришвидшення до осі абсцис буде дорівнювати  $\psi_{hh_q}^r = \xi_q$ . Якщо

$a_{H_q}^r < 0$ , то  $\psi_{hh_q}^r = \xi_q + \pi$ . Відстань від довільно вибраної на напрямній точки  $Z_q$  до

поковзня  $H$  обчислюємо за формулою  $l_{Z_q H_q} = \frac{x_{H_q} - x_{Z_q}}{\cos \xi_q}$  і приймаємо з тим знаком, який отримуємо при обчисленні. Зі своїм знаком беруться кутові швидкість і пришвидження напрямної  $\omega_q$  і  $\varepsilon_q$ , відносна швидкість повзуна і напрямної  $v_{H_q}$ .

УДК 686.12.056

## ВПЛИВ ПРУЖНОГО КОВЗАННЯ НА РОБОТОЗДАТНІСТЬ ВИЩИХ КОНТАКТНИХ ПАР У ЦИКЛОВИХ МЕХАНІЗМАХ

Б.С. Стеців

*Розглядаються умови роботи і спрацювання роликоопор при передачі руху контактуючими з ними поверхнями.*

*Рассматриваются условия работы и износа роликоопор при передаче движения контактирующими с ними поверхностями.*

Вищі пари циклових механізмів, навіть коли вони і закриті, працюють в умовах абразивного спрацювання. Якщо скористатися викладками [2], середнє напрацювання такої пари при статичному навантаженні визначатиметься як

$$T_c = \frac{R_n \cdot [h] \cdot z}{I \cdot L_s \cdot n}, \quad (1)$$

де  $T_c$  – середній термін напрацювання;  $R_n$  – діюче нормальне зусилля;  $[h]$  – допустиме спрацювання поверхні паза і ролика;  $I$  – інтенсивність спрацювання;  $L_s$  – шлях тертя;  $n$  – частота обертання водила (коромисла);  $z$  – кількість пазів у мальтійському хресті.

Оскільки не можна передбачити ступінь деформування матеріалів ролика і стінки паза, розглянемо випадок контакту, коли матеріал ролика деформується більше, бо навіть якщо вони виготовлені з однакових матеріалів, ролик деформуватиметься більше через нерівномірний розподіл внутрішніх напружень [1]. На смужці контакту (рис. 1) утворюються три зони: дві ковзання й одна зчеплення. У першій зоні матеріал ролика, деформуючись, проковзує відносно стінки паза. У зоні зчеплення, яка залежить від коефіцієнта кочення, проковзування відсутнє.

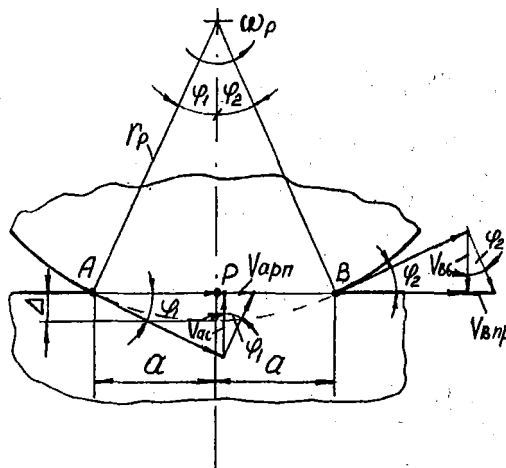


Рис. 1. Плани швидкостей в зоні контакту

За зоною зчеплення zdeформований матеріал ролика намагається відновити свою початкову форму і проковзує відносно поверхні паза. Для наочності і спрощення розуміння розглянемо плани швидкостей у крайових зонах. Як бачимо, при перекочуванні ролика швидкість його