

Львів, 1999. 10. Нечепуренко М.И., Попков В.К., Майнагашев С.М. и др. Алгоритмы и программы решения задач на графах и сетях. Наука (сибирское отделение), Новосибирск, 1990. 11. Рак Ю.П. Малі друкарські системи: прогнозування, аналіз, синтез. К., 1999. 12. Савчак І. Алгоритм та програма виявлення деревовидних структур схем систем керування за допомогою матриць інцидентів // Комп'ютерні технології друкарства: 36. наук. пр. Львів, 1999. 13. Харари Ф. Теория графов. М., 1973. 14. Dunets' R. Topology analysis algorithms of electromechanical schemes / Наукові праці конференції „Комп'ютерні технології друкарства: алгоритми, сигнали, системи „ДРУКОТЕХН-96“: Львів, 16–18 жовтня 1996 р. Львів: УАД, 1996. 15. Wu Y., Tsukiyama S., Marek-Sadowska M. Graph based analysis of 2-D FPGA routing // IEEE Trans. Computer-Aided Design. 1996. Vol.15. № 1. P. 33–44.

УДК 655.027

ЧАСТОТНО-ГРАДАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИФРОВОГО РАСТРУВАННЯ ЗА ПРИНЦИПОМ ПОШИРЕННЯ ПОХИБКИ*

Н.С. Стефанишина, М.В. Шовгенюк, В.О. Дудяк

Пропонується новий метод побудови частотно-градаційної характеристики для кількісної оцінки цифрового растрівання зображень. На основі розробленої комп'ютерної програми проаналізовано декілька алгоритмів цифрового растрівання за принципом поширення похибки й побудовано для них частотно-градаційні характеристики.

Предлагается новый метод построения частотно-градационной характеристики для количественной оценки цифрового растрирования изображений. На основе разработанной компьютерной программы проанализировано несколько алгоритмов цифрового растрирования по принципу распространения погрешности и построено для них частотно-градационные характеристики.

Основна ідея частотно-модульованого растрівання – формування градаційної шкали шляхом задання певного значення просторової частоти для кожного конкретного рівня інтенсивності. Для реалізації її в сучасних технологіях цифрового растрівання використовуються кілька базових алгоритмів. Найпростіший з них – поелементне порівняння цифрового зображення з матрицею критичних значень, так званий алгоритм „точка-в-точку”. Растрівуючи таким чином, отримують елементи однакового розміру, але конфігурація растрових елементів містить періодичні компоненти, помітні як текстура. Складніший алгоритм заповнення фрактальної кривої передбачає створення елементів певного розміру і певної конфігурації для кожного окремого рівня інтенсивності без використання матриці порогових значень. При цьому створюється неперіодичний візерунок, який задається характером фрактальної кривої. Але алгоритми такого роду надто складні, мають низьку швидкодію та ще ряд недоліків, пов'язаних з особливостями фрактальних кривих [2].

Найбільш поширеними та універсальними є алгоритми, що базуються на принципі розповсюдження похибки. Результат опрацювання за таким алгоритмом – нерегулярний візерунок із растрових елементів однакового розміру. Хоч за швидкодією вони поступаються алгоритмам „точка-в-точку”, але є не такими складними й громіздкими, як процес заповнення фрактальних кривих.

Загальний алгоритм поширення похибки описується у такій послідовності:

вибір неопрацьованого елемента півтонового зображення так званого піксела (від англ. picture);

порівняння значення обраного елемента з критичним значенням (найчастіше 127);

обчислення похибки;

надання елементу бінарного значення 0 чи 1 (біле чи чорне);

* Автори широдячні Т.Є. Крохмальському та С.П. Глушаку за консультації й допомогу в розробленні комп'ютерних програм цифрового растрівання зображення.

додавання похибки чи хоча б її частини до наступного неопрацьованого елемента.

Найпростіший алгоритм полягає в порядковому чи постовпчиковому опрацюванні пікселів. Похибка при цьому поширюється від попереднього елемента до наступного зліва направо для парних рядків і в зворотному порядку для непарних. У табл. 1 подано стратегію перетворення рядка з чотирьох елементів у растрові елементи, що мають два значення інтенсивності – 100% (чорне) або 0% (біле) [3].

Таблиця 1

Значення інтенсивності елемента, %		Похибка Δ , %	Значення інтенсивності наступного півтонового елемента, %
півтонового	растрового		
75	100	25	75 – 25=50
50	100	50	75 – 50=25
25	0	25	75+ 25=100
100	100	0	75 – 0=75

У результаті три чорних елементи з чотирьох утворили рядок, що відповідає 75% рівня інтенсивності (рис. 1). Далі аналізується наступний у рядку елемент зображення, і обчислення проводяться аналогічним чином.

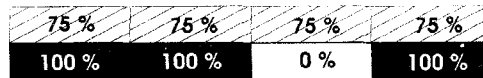


Рис. 1. Лінійний алгоритм поширення похибки

Поширення похибки за простим алгоритмом приводить до утворення небажаних візерунків у вигляді „змієподібних” текстур, особливо на ділянках середніх тонів. Причина цього недоліку – одномірні обчислення.

У більш досконалих алгоритмах використовують поширення похибки в кількох напрямках, тобто похибку Δ ділять на декілька частин, кожна з яких додається до неопрацьованих півтонових елементів за певним пріоритетом, визначеним так званим фільтром.

Класичним вважається алгоритм Флойда та Стейнберга [5]. Саме ці автори вперше запропонували для цифрового растрівання застосування фільтра вигляду $\begin{bmatrix} \Delta & 7 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}$, за яким по-

хибка Δ для будь-якого аналізованого елемента a_{ij} зображення ділиться на 16 і поширюється як 7/16 для сусіднього елемента справа, 5/16 для сусіднього елемента знизу, 3/16 для нижнього елемента зліва та 1/16 для нижнього елемента справа.

Для отримання результатів цифрового растрівання розроблено спеціальну комп'ютерну програму, яка реалізує алгоритм поширення похибки із застосуванням відповідного фільтра. Суть цифрової обробки зображення полягає в наступному. Півтонове зображення у цифровому вигляді – це матриця, яка має $N \times M$ елементів a_{ij} із значеннями інтенсивностей у градаціях сірого (0 – 255). Програма зчитує та опрацьовує елементи зліва направо в кожному рядку, які, в свою чергу, зчитуються по порядку зверху вниз. Спочатку зчитується початкове значення інтенсивності I_{ij} елемента a_{ij} , до якого додаються частини похибок, отримані при опрацюванні сусідніх елементів. Для одержання нового значення інтенсивності J_{ij} елемента a_{ij} сума ділиться без остачі на t ($t = 256$) і множиться на q ($q = 255$). Зрозуміло, що результат попередніх операцій буде кратним 255, якщо нове значення інтенсивності елемента перевищує 255. Тоді отримане значення зменшується до 255, а похибка зростає. Далі обчислюється різниця ($I_{ij} - J_{ij}$). Одержана похибка передається сусіднім елементам відповідно до коефіцієнтів заданого фільтра. Наступний елемент у рядку опрацьовується таким же чином.

На рис. 2 показана градаційна шкала за алгоритмом Флойда та Стейнберга, побудована за допомогою розробленої комп'ютерної програми. Аналогічна шкала наведена в роботі [3]. Як видно, ділянки шкали 0 – 25% та 75 – 100% відтворюються рівномірно хаотично розташованими растровими елементами. Далі, у міру зростання інтенсивності тону угруповання точок, починають утворюватися діагональні візерунки та інші регулярні структури [8]; а в області 50% тонів маємо шахоподібний або смугастий візерунок. Крім того, втрачаються елементи у високих світах та тінях і, як наслідок, порушується градація.

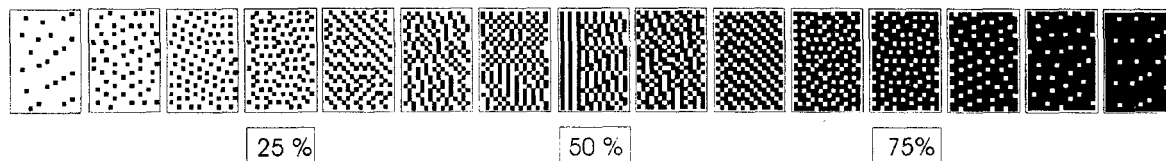


Рис. 2. Градаційна шкала, побудована за алгоритмом Флойда-Стейнберга

Для розв'язання цієї проблеми різними авторами запропоновано модифікувати фільтр Флойда та Стейнберга, виключаючи один з напрямків поширення похибки, наприклад по діагоналі, або визначати пріоритети розповсюдження похибки, використовуючи складніші фільтри (табл. 2).

Кожен з алгоритмів має свої переваги й недоліки, та спільною залишається закономірність: чим складніший фільтр, тим менша ймовірність появи текстур, але зображення, растровані за складними алгоритмами, мають підвищену контрастність, зменшується швидкість їх опрацювання через надмірні обчислення [10]. З цієї причини програма створена так, що для визначення пріоритетів можна задавати будь який фільтр, але максимальна кількість напрямків поширення похибки – чотири.

Отримане растрове зображення можна оцінити візуально, але, зрозуміло, що така оцінка буде суб'єктивною. Тому виникає потреба у впровадженні кількісних характеристик частотно-модульованої структури.

Оскільки растрова структура аперіодична, то для кожного конкретного рівня інтенсивності існує якийсь набір характерних періодів між елементами, властивий лише даному рівню. Складність полягає у знаходженні усереднених значень, які можна було б використати для визначення частотних характеристик градаційної шкали.

Таблиця 2

Фільтр		Автор
$\begin{matrix} & & \Delta & 8 & & \\ & 1 & 1 & 2 & 4 & 0 \\ & & & & & (1/16) \end{matrix}$	$\begin{matrix} & & \Delta & 8 & & \\ & 2 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ & & & & & (1/16) \end{matrix}$	Дженгнан, Зіганг [5]
$\begin{matrix} & & \Delta & 8 & 4 & & (1/32) \\ & 2 & 4 & 8 & 4 & 2 & \end{matrix}$		Баркес [6]
$\begin{matrix} & & \Delta & 4 & 3 & & (1/16) \\ & 1 & 2 & 3 & 2 & 1 & \end{matrix}$	$\begin{matrix} & & \Delta & 5 & 3 & & \\ & 2 & 4 & 5 & 4 & 2 & \\ & & & 2 & 3 & 2 & \\ & & & & & & (1/32) \end{matrix}$	Сієрра [7]
$\begin{matrix} & & \Delta & 7 & 5 & & (1/48) \\ & 3 & 5 & 7 & 5 & 3 & \\ & 1 & 3 & 5 & 3 & 1 & \end{matrix}$		Джарвіс, Джудіс, Найк [8]
$\begin{matrix} & & \Delta & 8 & 4 & & (1/42) \\ & 2 & 4 & 8 & 4 & 2 & \\ & 1 & 2 & 4 & 2 & 1 & \end{matrix}$		Стакі [9]

Для кількісної оцінки растрового поля з неперіодичною, чи випадковою структурою растрових елементів запропоновано наступний підхід. Кожен елемент a_{ij} хаотичної структури має „сусідів”, розташованих від нього на різній відстані (рис.3), яку можна обчислити за формулою

$$d_{kl} = \sqrt{a_{ij}^2 + a_{i+k,j+l}^2}, \quad (1)$$

де d_{kl} – відстань між елементом a_{ij} та його найближчими сусідами $a_{i+k,j+l}$. Знаходячи d_{kl} по всіх напрямках розташування сусідніх елементів, отримуємо набір відстаней (наприклад з рис.3, $d_{kl} = \sqrt{2}; 3; \sqrt{10}; \sqrt{13}; 4$). Зрозуміло, що для іншого елемента буде інакший набір відстаней. Для визначення характеристики випадкової растрової структури в роботі [10] запропоновано виконати Фур'є-аналіз дискретного зображення. На основі розрахованого фур'є-спектра знаходяться усереднене значення радіальної відстані та оберненої їй величини – радіальної частоти, яка служить характеристикою для даного рівня інтенсивності по градаційній шкалі. Така процедура обчислень досить громіздка і для інженерних розрахунків малоефективна.

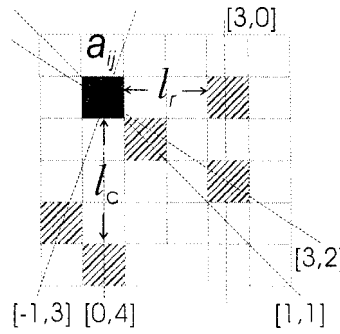


Рис. 3. Оцінка взаємного розташування растрових елементів

Крім того, усереднена величина радіальної частоти не характеризує напрям, якому вона відповідає. Так, зокрема, за алгоритмом Флойда–Стейнберга в кожному циклі опрацювання беруть участь лише чотири напрямки $[1,0], [1,-1], [0,1], [1,1]$, за якими поширюється похибка. Як видно з табл. 1, за алгоритмом Баркеса додаються діагональні напрямки $[2,1]$ $[-2,-1]$, а в алгоритмах Сієрри, Стакі та ін. діагональних і недіагональних напрямків ще більше. Цілком ймовірно, що в алгоритмах з більшою кількістю напрямків поширення похибки існують більші можливості управління структурою растрових елементів, проте аналіз такої структури по всіх напрямках суттєво ускладнюється.

Значно простіше для вибраних напрямків розрахувати дискретний розподіл $p(l)$ характерних відстаней l_k між сусідніми елементами a_{ij} матриці-зображення. Звідси для досліджуваної растрової структури можна визначити величини

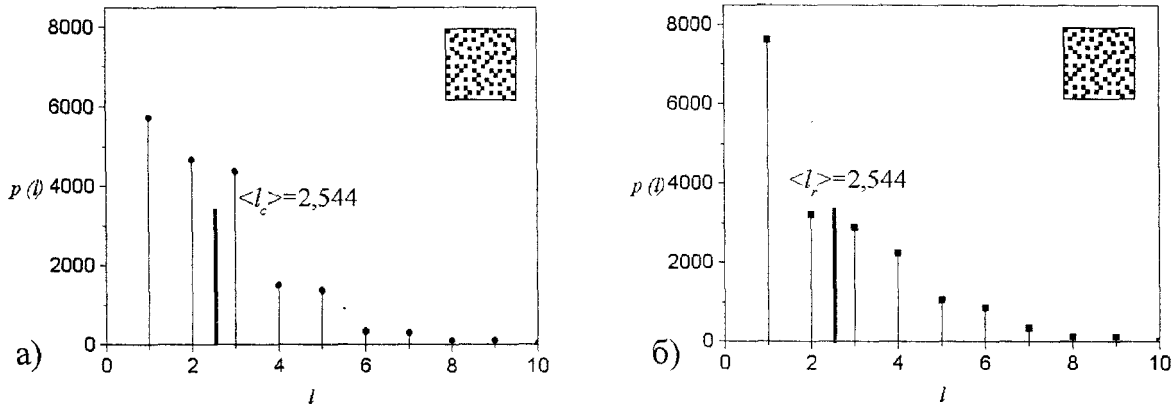
$$\langle l \rangle = \frac{\sum_{l=1}^{\infty} lp(l)}{\sum_{l=1}^{\infty} p(l)}; \quad \langle \nu \rangle = \frac{1}{\langle l \rangle}, \quad (2)$$

де $\langle l \rangle$ – середньостатистична віддаль між сусідніми елементами і відповідна їм середньостатистична частота $\langle \nu \rangle$ растрових елементів. Покажемо, що для кількісної оцінки растрового поля достатньо розрахувати дискретні розподіли $p(l)$ по рядках і стовпцях.

Обґрунтуванням такого підходу є те, що зчитування елементів зображення відбувається полінійно і сусідні діагональні елементи знаходяться в наступному рядку чи стовпці. Для невпорядкованої структури растрових елементів середньостатистичні віддалі $\langle l \rangle$, по рядках та

$\langle l \rangle_s$ по стовпцях у значній мірі вже визначають величину середньостатистичної відстані по діагоналях і, таким чином, дозволяють кількісно охарактеризувати дану структуру та передбачити ситуацію виникнення шкідливих візуальних ефектів.

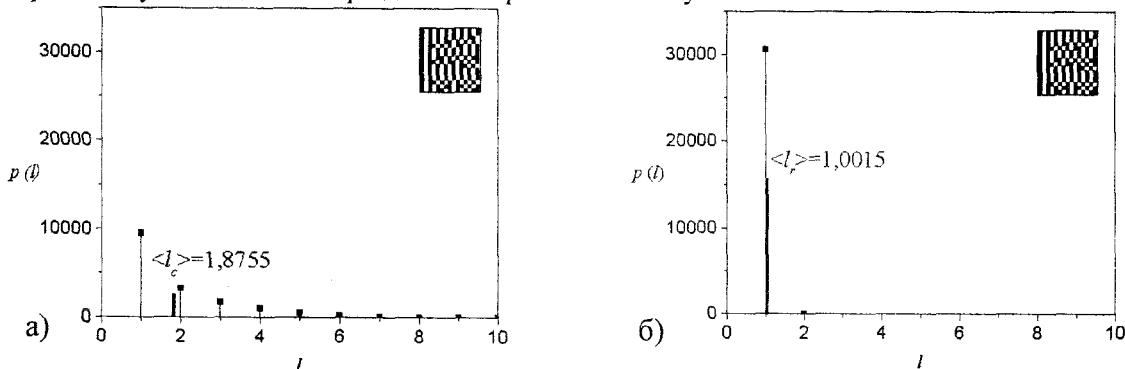
Для двох полів градаційної шкали за алгоритмом Флойда–Стейнберга на рис.4 і 5 показані характерні розподіли $p(l)$ відстаней між сусідніми елементами в рядках і стовпцях і розраховані за формулою (2) значення середньостатистичної відстані $\langle l \rangle$.



**Рис. 4. Розподіли характерних відстаней і середньостатистичні віддалі для поля $S = 25\%$:
а – по стовпцях; б – по рядках**

Розподіли $p(l)$ відстаней між сусідніми растровими елементами в рядках і стовпцях відмінні між собою, але середньостатистичні відстані $\langle l \rangle_r = \langle l \rangle_s$ (рис. 4). Даний статистичний показник свідчить про те, що між двома сусідніми растровими елементами по рядках і стовпцях найчастіше зустрічається відстань $\langle l \rangle \approx 2,5$ елементів. Як бачимо з фрагмента поля, по діагоналях ця величина значно менша, але формування явно вираженої діагональної орієнтації растрових елементів тут не спостерігається.

Для поля $S = 50\%$ (рис. 5) формування растрової структури за алгоритмом Флойда–Стейнберга має принципові відмінності в тому, що фрагментами утворюються регулярні структури у вигляді вертикальних смуг та шахівниці. Для даного випадку розподіли характерних відстаней по рядках та стовпцях теж суттєво відмінні: якщо для стовпців розподіл $p(l)$ ширший, то в рядках можливі відстані між сусідніми елементами згруповані біля 1. Відповідно, розраховані середньостатистичні значення $\langle l \rangle_r$ та $\langle l \rangle_s$ також відрізняються між собою. Це є підтверженням та кількісною характеристикою того, що растрове поле $S = 50\%$ формується переважно у вигляді квазіперіодичних вертикальних смуг.



**Рис. 5. Розподіли характерних відстаней і середньостатистичні віддалі для поля $S = 50\%$:
а – по стовпцях; б – по рядках**

Для побудови градаційної характеристики частотно-модульованої растрової структури визначасмо відносну площу растрових елементів за формулою

$$S_{відн.} = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M I_{ij}, \quad (3)$$

де $S_{відн.}$ – відносна площа растрових елементів a_{ij} зі значенням інтенсивності $I_{ij} = 0$ або $I_{ij} = 1$; $N \times M$ – розмірність матриці поля.

Отримані величини середньостатистичної частоти та відносної площі растрових елементів дають можливість ввести залежність $\langle \nu \rangle = f(S_{відн.})$, яка являє собою **частотно-градаційну** характеристику. Такий підхід, на нашу думку, дозволяє найбільш повно характеризувати особливості тоновідтворення зображень з частотно-модульованою структурою. Проаналізуємо частотно-градаційні характеристики для кількох варіантів алгоритму за принципом поширення похибки.

На рис.6в показана типова частотно-градаційна характеристика частотно-модульованого растрового зображення за класичним алгоритмом Флойда–Стейнберга. Залежність $\langle \nu \rangle = f(S_{відн.})$ має дещо незвичний, але типовий характер для частотно-модульованої структури: $\langle \nu \rangle_{\max} \approx 1$ відповідає $S_{відн.} = 50\%$. Це означає, що в півтонах досягається максимальне значення частоти растрового зображення. Можна оцінити величину максимальної лініатури растра. Якщо вихідне півтонове зображення записане в цифровому форматі з роздільною здатністю R (dpi), то середньостатистична лініатура $\langle L \rangle$ частотно-модульованого растрового зображення в півтонах відповідає за формулою $L \approx R/7,02$ лініатурі L (см⁻¹) регулярного растра. Як бачимо, частотно-градаційна характеристика має дві симетричні вітки: перша характеризує перехід від півтонів до світлих ділянок, друга – від півтонів до темних ділянок растрового зображення. По обох вітках зменшується майже за лінійним законом величина середньостатистичної частоти $\langle \nu \rangle$. Очевидно, що, враховуючи граничні значення $S_{відн.}^{\min} = 5\%$; $S_{відн.}^{\max} = 95\%$, у межах половини градаційної шкали середньостатистична частота $\langle \nu \rangle$ частотно-модульованої растрової структури змінюється майже на порядок. У цьому полягає перевага даного методу цифрового растрування і принципова відмінність його від класичного способу.

Характерно, що за алгоритмом Флойда–Стейнберга частотно-градаційна характеристика по рядках відповідає типовому характеру. По стовпцях аналогічна залежність лінійна і збігається з характеристикою по рядках лише в певних межах ($S_{відн.} = 5\% - 35\%$, $S_{відн.} = 75\% - 97\%$). При відтворенні середніх тонів частота розташування точок у стовпцях змінюється стрибками, а в області 50% тону рівна нулю (відтворюється вертикальними смужками (рис. 6б)). Візуальні недоліки в діапазоні середніх тонів добре видно і на градаційній шкалі (рис. 2). Такі аномалії зумовлені природою класичного алгоритму Флойда–Стейнберга.

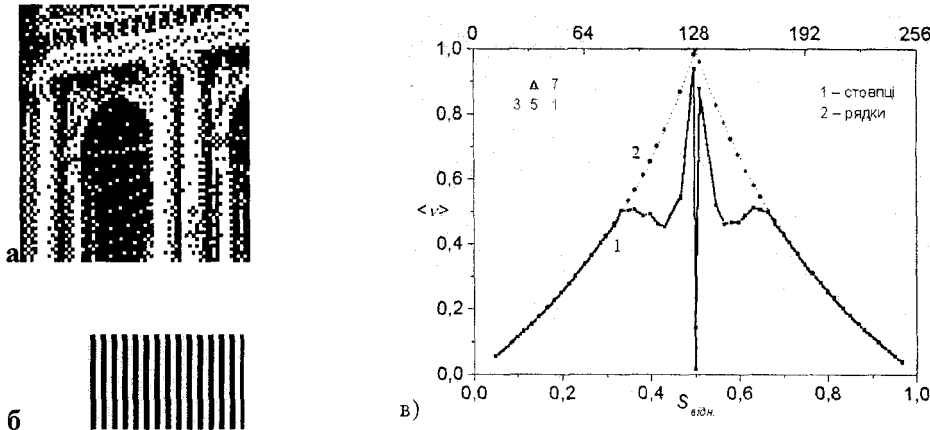


Рис. 6. Цифрове растрування за алгоритмом $\Delta \begin{matrix} 7 \\ 3 \ 5 \ 1 \end{matrix}$:

а – фрагмент растрового зображення ;

б – поле $S \approx 50\%$; в – частотно-градаційна характеристика

Розглянемо модифікований варіант алгоритму Флойда–Стейнберга (рис. 7), в якому замінено пріоритети поширення похибки по діагональних напрямках. Це спричиняє аномальну зміну частоти точок у рядках, що видно і на фрагменті растрового зображенні (рис. 7а), де помітні горизонтальні смуги в середніх тонах і тінях. У цьому випадку частотно-градаційна характеристика, навпаки, майже лінійна для стовпців, але аномальна для рядків. Вона не симетрична, як у попередньому випадку, і найбільш аномальний хід спостерігається в тінях. Отже, зміна пріоритетів поширення похибки не приводить до покращення частотно-градаційних характеристик одночасно по рядках і стовпцях.

Проаналізувавши ще декілька варіантів, зупинимось на алгоритмі поширення похибки в трьох напрямках, причому по $[1,0]$ і $[0,1]$ за однаковим пріоритетом. Це дозволяє отримати зображення, візуально подібне до опрацьованого за класичним алгоритмом Флойда–Стейнберга, але середня частота елементів у рядках і стовпцях змінюється приблизно однаково. Хоча в ділянці $S_{відн.} 35\% - 75\%$ є незначний збіг частотно-градаційних характеристик для рядків і стовпців (рис. 8в), та це вже незначні відхилення порівняно з аномаліями класичного алгоритму. Таким чином, даний алгоритм забезпечує найбільш повноцінне відтворення градації, кожне поле растрованої градаційної шкали матиме хаотичну структуру і буде створювати враження рівномірного сірого тону.

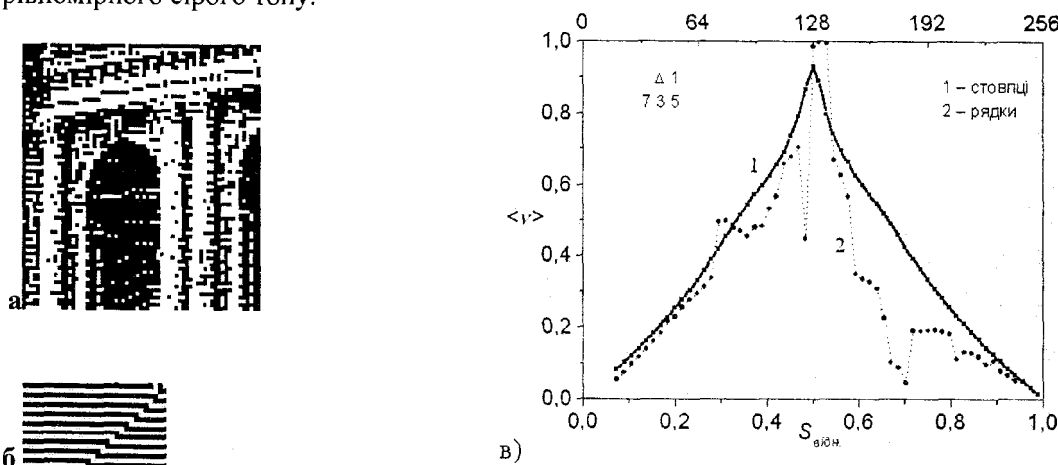


Рис. 7. Цифрове растрування за алгоритмом $\Delta \begin{matrix} 1 \\ 7 \ 3 \ 5 \end{matrix}$:

а – фрагмент растрового зображення ;

б – поле $S = 50\%$; в – частотно-градаційна характеристика $\langle v \rangle = f(S_{відн.})$

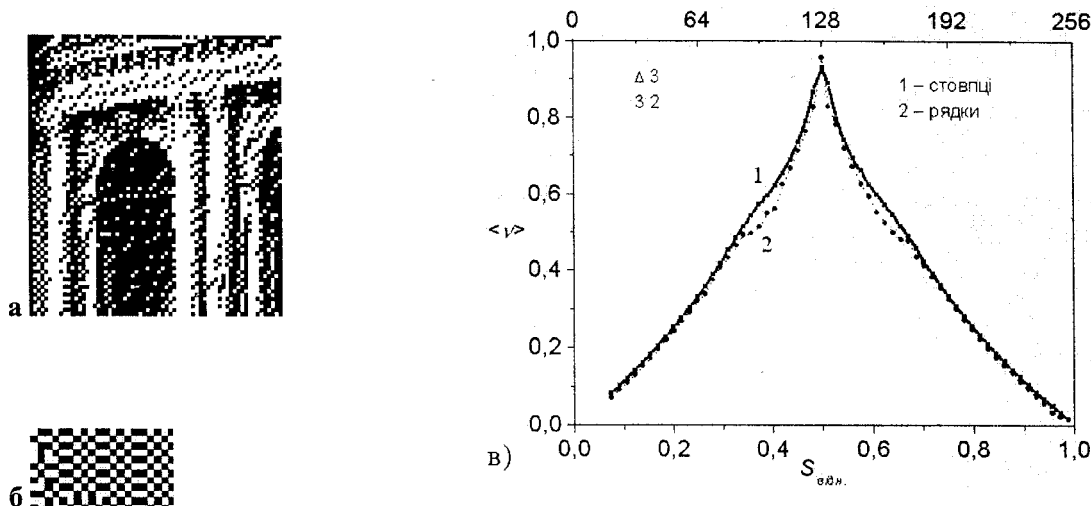


Рис. 8. Цифрове растрівання за алгоритмом $\begin{matrix} \Delta & 3 \\ & 3 \end{matrix} \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix}$:

а – фрагмент растрового зображення ;

б – поле $S = 50\%$; в – частотно-градаційна характеристика $\langle \nu \rangle = f(S_{відн.})$

Як відомо, в ідеальному випадку тоновідтворення градаційна характеристика виражається прямою лінією, тангенс кута нахилу якої до осі дорівнює одиниці. Для всіх досліджуваних зразків характер передачі градації свідчить про підвищений контраст зображень в інтервалі $S_{відн.}$ 20%–85%.

Спільною особливістю всіх алгоритмів є втрата елементів у світах і тінях. Це відбувається через різкий спад значень $\langle \nu \rangle$ у цих ділянках. Тому півнонові зображення перед растріванням потребують додаткового стискання градації (у межах 5%).

З отриманих результатів досліджень випливає, що програмно реалізовані алгоритми дають змогу здійснювати процес частотно-модульованого растрівання за принципом поширення похибки. Введена величина середньостатистичної частоти частотно-модульованої структури дозволяє аналізувати правильність тоновідтворення та ймовірність виникнення регулярних структур у дискретних зображеннях. Запропонований метод побудови частотно-градаційної характеристики зумовлює проведення кількісного аналізу особливостей реалізації різних алгоритмів і пошук оптимальних варіантів реалізації цифрового растрівання зображення за принципом поширення похибки.

1. Патент № 5353127 США МКИ Н 04 N 1/40. Method for quantization gray level pixel data with extended distribution set / Jeng-Nan Sh., Zhigang F. (США); XEROX CORP (США); опубл. 10.04.1994.
2. Стефанишина Н., Шовгенюк М., Сучасні технології цифрового растрівання зображень // Комп'ютерні технології друкарства: 3б. наук.пр. Львів: УАД, 2001.
3. Bruno J. Shrappe Hybrid Screening Algorithms, 2080–840 Project Design – Rochester. NY. 1997.
4. Burkes B. Presentation of the Burkes error filter for use in preparing continuous-tone images for presentation on bi-level devices. 1988.
5. Floyd R., Steinberg L., An Adaptive Algorithm for Spatial Grayscale // Proc. SID, № 17/2. S. 75–77.
6. Jarvis J.F., Judice C.N., Ninke W.H. A Survey of Techniques for the Display of Continuous Tone Pictures on Bi-Level Displays // Computer Graphics and Image Processing. 1976/ № 5. S. 13–40.
7. Ostromoukhov V., Hersch, Structure artifact free multi-level error diffusion algorithm // Proceedings Europto Conf. Series, SPIE. 1998. № 3409.
8. Sierra F. LIB17 (Developer's Den) of the CIS Graphics Support Forum as the files.
9. Stucki P. MECCA - a multiple-error correcting computation algorithm for bilevel image hardcopy reproduction // Research Report RZ1060, IBM Research Laboratory. Zurich, Switzerland, 1981.
10. Ulichney R. A review of halftoning techniques//www.crl.research.digital.com/who/people/ulichney/bio.htm.