

**СЕКЦІЯ  
ПРИРОДНИЧИХ НАУК**

УДК 621+539

**ПРО ЕКВІВАЛЕНТНІСТЬ ВПЛИВУ ТЕМПЕРАТУРИ І МЕХАНІЧНОГО  
НАПРУЖЕННЯ НА ЗМІНУ СТАНУ ПОЛІКРИСТАЛІЧНОГО МАТЕРІАЛУ**

*Д.Ю. Мочернюк, А.Д. Кульчицький*

*З точки зору термодинаміки досліджується аналогія впливу температури та механічного напруження на полікристали.*

*С точки зрення термодинаміки исследуется аналогия влияния температуры и механического напряжения на поликристаллы.*

Оскільки розвиток термодинаміки, фізики металів та механіки твердого тіла відбувався паралельно і незалежно, то поєднання розрізних гілок знань наштовхується на деякі труднощі. Але якщо взяти до уваги еквівалентність питомих величин термічної та механічної форми енергії, як встановив М. Борн [3], то можна одержати цікаві узагальнення, корисні для практичних потреб.

Зважаючи на те, що у статті використано метод класичної термодинаміки, подамо стисло інформацію про деякі термодинамічні поняття.

Термодинамічною системою називають будь-який макроскопічний матеріальний об'єкт, який виокремлений контрольною поверхнею для дослідження його взаємодії з оточуючим середовищем. Класифікація термодинамічних систем здійснена за ознаками їхньої взаємодії з оточуючим середовищем, у залежності від властивостей контрольної поверхні:

а) відкрита система, коли контрольна поверхня допускає одночасний обмін тепловою формою енергії і масою із зовнішнім середовищем;

б) замкнена система, коли є лише обмін тепловою формою енергії, але без наявності масообміну;

в) ізольована або замкнена система, коли контрольна поверхня ніяким чином не допускає взаємодію із зовнішнім середовищем.

Термодинамічним процесом називається перехід системи від одного рівноважного стану до другого. Гіпотетично вважається, що всі процеси в однорідних системах оборотні. Рівноважний (оборотний) процес – це процес, який пробігає в макроскопічній однорідній системі під дією нескінченно малої різниці потенціалів. Основні термодинамічні процеси – ізотермічний, ізобарний, ізохорний та адіабатний.

Ентропія  $S$  – величина, яка наділена всіма властивостями теплової координати стану термодинамічної системи і є аналогом до теплоємності (розмірності ентропії і теплоємності тіл однакові). Різниця полягає в тому, що теплоємність може бути виміряна як при ізобарному, так і при ізохорному процесах, але при ізотермічному процесі теплоємність прямує до безмежності й перестає характеризувати зміну стану речовини. Ентропія якраз характеризує зміну стану речовини при ізотермічному процесі, але не може бути виміряна ніяким чином, тому розуміння фізичного змісту ентропії дещо приховане. Числові значення зміни ентропії вираховуються через такі термодинамічні характеристики, які можуть бути виміряні прямими методами [1,4,7].

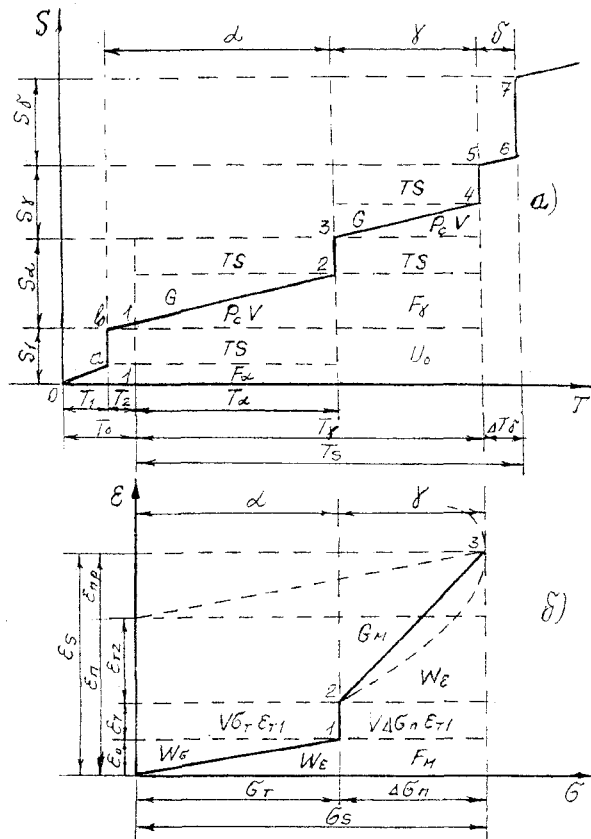
Розглянемо застосування термодинамічного методу до механічних потенціалів. Потенціалом називається енергетична характеристика даної точки будь-якого силового поля, тому рушійною силою процесу є різниця між потенціалами у термодинамічній системі та оточуючому середовищі. Оскільки за допомогою різниці потенціалів можна визначити будь-які термодинамічні характеристики системи, то термодинамічні потенціали іноді називають характеристичними функціями. Різниця числових значень кожного з потенціалів спочатку і наприкінці оборотного процесу, що пробігає при сталих значеннях відповідної пари параметрів, відображає повну роботу, здійснювану системою або над системою [1,4,7].

Перейдемо до розгляду будь-якого макроскопічного об'єму полікристалічного твердого тіла, що являє собою замкнену термодинамічну систему, яка здійснює теплообмін з оточуючим

середовищем (у вигляді термостата з необмеженим джерелом теплоти, при сталій температурі, але без масообміну).

Для узгодження характерних точок зміни стану полікристалічного матеріалу (системи) під впливом температури і механічного напруження скористаємося загальноприйнятим правилом, що уздовж осі абсцис завжди відкладаються числові значення аргументу, а уздовж осі ординат – функції. При цьому візьмемо до уваги, що причиною зміни стану полікристалічного матеріалу (аргументом) є температура  $T$  – міра енергетичної інтенсивності теплового (коливального) руху елементарних частинок будь-якої речовини. Аналогом до температури є механічне напруження розтягу або стиску  $\sigma$  – міра інтенсивності розподілу внутрішніх сил взаємодії між елементарними частинками тіла. Спряженими наслідками (функціями), відповідними до  $T$  і  $\sigma$ , є ентропія  $S$  та відносна деформація  $\varepsilon$ .

Таким чином, побудуємо якісні порівняльні діаграми в координатах  $T \sim S$  (рис. 1а) та в координатах  $\sigma \sim \varepsilon$  (рис. 1б) при одноосьовому напруженому стані. Площі поверхонь під траєкторіями функціональних залежностей на обох діаграмах повинні характеризуватися величинами внутрішньої енергії, тобто величинами термодинамічних і механічних потенціалів.



**Рис. 1. Термодинамічні діаграми фазового переходу сталі під дією температури (а) і механічного напруження (б)**

Спочатку розглянемо якісну діаграму сталі (сплав залізо – вуглець) у координатах  $T \sim S$  (рис. 1а), з якої видно, що при різних величинах сталі температури наявні фазові перетворення 1-го роду, котрі характеризуються різними модифікаціями кристалічної ґратки [1,4,7,8]. Залізо, на відміну від інших елементів, утворює не одну, а дві кристалічні ґратки. Ця властивість поліморфізму визначає багато вартісних для практичних потреб властивостей сталі. Внаслідок поліморфізму різним модифікаціям сталі присвоєні символічні позначення:

а) модифікація  $\alpha$ , що являє собою ґратку об'ємно-центрованого куба; б) модифікація  $\gamma$  з гранецентрованою кубічною ґраткою; в) модифікація  $\delta$ , яка дуже подібна до модифікації  $\alpha$ , але існує в діапазоні високих температур [6].

У межах температури  $0 < T_1 \leq 240\text{K} = -33,15^\circ\text{C}$  від точки 0 до точки *a* існує кристалічна модифікація сталі, яку не можемо охарактеризувати через відсутність достатньої інформації. При температурі  $T_1 = 240\text{K} = \text{const}$  на ділянці діаграми *a* – *b* відбувається фазовий перехід, при якому в точці *b* утворюється кристалічна гратка об'ємно-центрованого куба. Ця кристалічна модифікація, як уже відзначалося вище, позначається символом  $\alpha$  й існує стабільно в діапазоні температур  $240 \leq T_1 \leq 1185\text{K} = 912^\circ\text{C}$  (на ділянці діаграми *b* – 1 – 2) [1,6].

Початок координатної системи на діаграмі (рис. 1а) розташований у точці 1, яка фіксує кімнатну температуру  $T_0 = 293,15\text{K} = 20^\circ\text{C}$ , замість точки *b*, що фіксує рівноважний стан фазового переходу. Тут доводиться враховувати, що всі теплові ефекти, звичайно, відраховуються від кімнатної температури  $T_0$  і нормального тиску  $P_0$ . Ця умовність на загальних міркуваннях істотно не відбивається, тому всі величини координат стану будемо відраховувати від точки 1.

У точці 2 при температурі  $T_\alpha = 1185\text{K} = 912^\circ\text{C}$  настає рівновага фазових модифікацій заліза, а на шляху діаграми 2 – 3 відбувається перетворення модифікації заліза  $\alpha$  в модифікацію заліза  $\gamma$ , яка являє собою гранецентровану кубічну гратку. У точці 3 спостерігається фазова рівновага двох кристалічних модифікацій. На шляху діаграми 3 – 4 в діапазоні температур  $912 \leq T_\gamma \leq 1394^\circ\text{C}$  існує стійка модифікація заліза, яка позначається символом  $\gamma$ . У точці 4 при  $T_\gamma = 1394^\circ\text{C}$  настає чергова фазова рівновага кристалічних модифікацій, а на шляху 4 – 5 при цій ізотермі модифікація кристалів  $\gamma$  переходить у модифікацію кристалів  $\delta$ , які характеризуються об'ємно-центрованою кубічною граткою, що вже зберігається непорушно аж до температури плавлення  $T_S = 1811,15\text{K} = 1538^\circ\text{C}$ . На ділянці діаграми 5 – 6 у діапазоні температур  $1394 \leq T_\delta \leq 1538^\circ\text{C}$  існує стійка модифікація кристалів  $\delta$ , дуже подібна до модифікації  $\alpha$ . Різні позначення  $\alpha$  і  $\delta$  привласнені цим модифікаціям для того, щоб підкреслити, з якою саме різновидністю об'ємно-центрованої кубічної гратки (з низькотемпературною чи високотемпературною) треба мати справу. У точці 6 при  $T_S = 1538^\circ\text{C} = \text{const}$  настає чергова фазова рівновага, при якій кристалічна структура заліза ще є домінуючою. На ділянці 6 – 7 відбувається плавлення заліза, тобто перетворення кристалічної структури в рідину. У точці 7 маємо фазову рівновагу між рідиною і зародками осередків утворення кристалічної структури. За межами точки 7 при температурах  $T > T_S$  якісну діаграму поведінки сталі не розглядаємо.

Приступимо до розгляду експериментальної діаграми випробування на розтяг стандартного зразка маловуглецевої сталі. Уздовж осі абсцис відкладемо величини осьового напруження  $\sigma$ , а уздовж осі ординат – величини відносної деформації  $\varepsilon$  (рис. 1б). Початок координатної системи  $\sigma \sim \varepsilon$  сумістимо з точкою 1 на діаграмі  $T \sim S$  (рис. 1а), яка фіксує кімнатну температуру  $T_0 = 293,15^\circ\text{K} = 20^\circ\text{C}$ . При схематизації якісної діаграми візьмемо до уваги експериментальні дослідження, узагальнені в монографії [3]. З них відомо, що майже всі полікристалічні матеріали (за винятком олова і кремнію) втрачають свою конструкційну міцність (здатність накопичувати пружні деформації) при температурі, яка оцінюється наближеною величиною  $T \cong 0,9T_S$ . Оскільки для сталі ізотерма  $T_\gamma = 1394^\circ\text{C}$  фазового переходу кристалічної модифікації  $\gamma$  у фазову модифікацію  $\delta$ , віднесена до ізотерми плавлення  $T_S = 1538^\circ\text{C}$ , становить  $T_\gamma/T_S = 1394/1538 = 0,906$ , то температурне обмеження сталі як конструкційного матеріалу збігається з ізотермою фазового переходу кристалічної модифікації  $\gamma$  в кристалічну модифікацію  $\delta$ . Отже, є всі підстави пояснити, що початок локального утво-

рення „шийки” при випробуванні зразка сталі пов’язаний з фазовим переходом кристалічної модифікації  $\gamma$  в модифікацію  $\delta$ .

Тепер порівнюємо співвідношення  $T_\alpha / T_\gamma = 912 / 1394 = 0,654$  з середнім значенням співвідношення границі плинності  $\sigma_T$  до границі тимчасового опору  $\sigma_S$  маловуглецевих сталей  $\sigma_T / \sigma_S \cong 0,7$ . І бачимо, що розбіжність між характерними температурними й механічними співвідношеннями становить близько 7%, що є задовільним з огляду на невисоку точність механічних експериментів. Таким чином, можна вважати, що границя плинності маловуглецевої сталі  $\sigma_T$  (рис. 1б), зумовлена фазовим переходом кристалічної модифікації  $\alpha$  у модифікацію  $\gamma$ .

З викладеного випливає, що границю плинності маловуглецевої сталі  $\sigma_T$  (рис. 1б) можна порівняти з ізотермою  $T_\alpha$  фазового переходу з кристалічної модифікації  $\alpha$  у кристалічну модифікацію  $\gamma$  (рис. 1а), а границю тимчасового опору  $\sigma_S$  можна зіставити з ізотермою  $T_\gamma$  фазового переходу модифікації  $\gamma$  у модифікацію  $\delta$ . Ця границя, як уже зазначалося, характеризує втрату конструкційної міцності сталі [3].

А зараз на підставі якісної діаграми (рис. 1а) з’ясуємо потенціали взаємодії закритої термодинамічної системи. Як бачимо, з підвищенням температури виділяються три ділянки ( $\alpha$ ,  $\gamma$  і  $\delta$ ), що характеризуються різними модифікаціями кристалічної ґратки сталі. Оскільки на цих ділянках закономірності ходу процесу повторюються, то очевидно, що термодинамічні потенціали за фізичним змістом залишаються без змін.

Елементарна кількість теплової енергії, яка надходить у термодинамічну систему від зовнішнього джерела теплоти (рис. 1а), у загальному випадку визначається диференціалом добутку

$$d(S \cdot T) = SdT + TdS, \quad (1)$$

де  $T$  – температура;  $S$  – ентропія.

З правої частини (1) бачимо, що елементарна кількість теплової енергії складається з двох різних за змістом величин

$$\delta Q_S = SdT, \quad (2)$$

$$\delta Q_T = TdS, \quad (3)$$

де  $\delta$  – символ неповного диференціала.

Рівняння (2) характеризує процес, а рівняння (3) – стан системи.

Звідси випливає, що теплообмін між термодинамічною системою і зовнішнім джерелом теплоти практично відбувається двома способами:

1. Рівняння (2) загальновідоме [1,4,5,7] і характеризує процес теплообміну між точками  $b - 1 - 2$ ,  $3 - 4$  і  $5 - 6$  (рис. 1а). Цей процес відбувається внаслідок зміни величини температури  $dT$  при сталому значенні величини ентропії  $S$ .

2. Рівняння (3) вперше подано Клаузіусом у 1850 р. [1,4,5,7] і вважається аналітичним виразом другого закону термодинаміки для рівноважних (оборотних) процесів. Дане рівняння характеризує на рис. 1а зміну стану (модифікації кристалічної ґратки) речовини в системі при ізотермах  $T_\alpha$ ,  $T_\gamma$  і  $T_\delta$ , відповідно. Цей прихований від спостереження процес фазових переходів при вказаних ізотермах характеризується вертикальними стрибками величини ентропії  $S$  на вертикальних відрізках  $2 - 3$ ,  $4 - 5$ ,  $6 - 7$ , паралельних до осі ординат (рис. 1а).

Зауважимо, що диференціал макроскопічного визначення ентропії за Клаузіусом (3) прийнято записувати так:

$$dS \geq \frac{\delta Q_T}{T}. \quad (4)$$

Знак рівності у (4) відповідає оборотним, а знак нерівності – необоротним процесам.

Поняття ентропії Клаузіуса є важливою функцією стану (тепловою ординатою), яка використовується для технологічних розрахунків різноманітних термодинамічних процесів, що відбуваються у реальних закритих і відкритих системах.

Не буде зайвим зробити застереження, що поняття ентропії Больцмана характеризує міру неупорядкованості ізольованої (замкненої) системи, в якій тепломасообмін повністю виключений, тобто мається на увазі самочинна зміна стану речовини в макро- чи мікросистемі без наявності будь-якого процесу [5,7].

На підставі якісної діаграми (рис. 1а) бачимо, що ентропія Клаузіуса є екстенсивною величиною, котра складається із суми ентропій окремих підсистем:

$$S = S_1 + S_\alpha + S_\gamma + S_\delta. \quad (5)$$

Беручи до уваги, що структура законів збереження і перетворення енергії кількісно незалежна ні від природи діючих сил, ні від фазового стану речовини, розглянемо застосування відомих термодинамічних потенціалів для визначення зміни стану твердого тіла.

Об'ємний закон Гука при термічному розширенні записується [8] як

$$\theta = \frac{P_C}{K}, \quad (6)$$

де  $\theta = \alpha_V \Delta T$  – температурна зміна об'єму матеріалу;  $\alpha_V$  – середній коефіцієнт об'ємного термічного розширення тіла в інтервалі температур  $\Delta T$ ;  $K$  – модуль об'ємної деформації;  $P_C$  – октаедричне напруження, яке при термічному розширенні визначається як середня величина головних напружень  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  при об'ємному напруженому стані у вигляді

$$P_C = \frac{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3}{3}. \quad (7)$$

Таким чином, закон Гука (6) запишеться формулою

$$P_C = K\alpha_V \Delta T. \quad (8)$$

Робота термічного розширення твердого тіла записується аналогічно до роботи розширення рідини або газу:

$$A = P_C V. \quad (9)$$

Далі розглянемо фізичний зміст відомих термодинамічних потенціалів, які також мають назву характеристичних функцій [1,4,7].

Взаємозв'язок між ентальпією  $H$ , внутрішньою енергією  $U$ , об'ємом  $V$  та октаедричним напруженням  $P_C$  характеризується термодинамічним потенціалом системи [1,4,7] як

$$H = U + P_C V. \quad (10)$$

Внутрішню енергію  $U$  виміряти неможливо, але зміна величини  $\Delta U$  може бути визначена на підставі першого закону термодинаміки [1,4,7]:

$$\Delta U = Q - A, \quad (11)$$

де  $Q$  – кількість теплової форми енергії, підведеної до системи (тіла);  $A$  – кількість механічної роботи розширення системи.

Для ізохорно-ізотермічних процесів ( $V = const$ ;  $T = const$ ) тепловий ефект визначається різницею величин внутрішньої енергії [1,4,7]

$$\Delta U = U_2 - U_1, \quad (12)$$

а для ізобарно-ізотермічних ( $P = const$ ;  $T = const$ ) – різницею ентальпії [1,4,7]

$$\Delta H = H_2 - H_1. \quad (13)$$

Окрім ентальпії, у термодинаміці важливе місце посідають ще дві додаткові термодинамічні характеристики системи – потенціали Гельмгольца і Гіббса [1,4,7].

Потенціал Гельмгольца при ізохорно-ізотермічних процесах зв'язує внутрішню енергію з температурою й ентропією у вигляді

$$F = U - TS, \tag{14}$$

а потенціал Гіббса при ізобарно-ізотермічних процесах – ентальпію з температурою й ентропією у вигляді

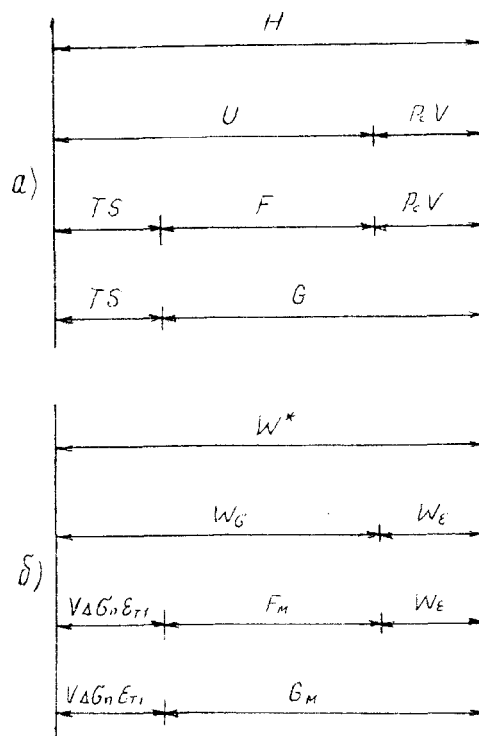
$$G = H - TS. \tag{15}$$

Таким чином, ентальпія (10) з урахуванням (14) і (15) може бути подана рівняннями [1,4,7]

$$H = F + TS + P_s V; \tag{16}$$

$$H = G + TS. \tag{17}$$

Співвідношення (10), (16) і (17) між ентальпією  $H$  і рештою термодинамічних потенціалів показані на рис.2а.



**Рис. 2. Графічне зображення алгебраїчних співвідношень термодинамічних (а) і механічних (б) потенціалів**

Усі наведені вище термодинамічні потенціали показані також відповідними площинами поверхні на двох ділянках діаграми (рис.1а), що стосуються двох модифікацій кристалічної ґратки сталі  $\alpha$  і  $\gamma$ .

Аналітичний апарат термодинаміки побудований на встановленні певних математичних залежностей для параметрів термодинамічної системи і базується на використанні основного рівняння термодинаміки [4,7]

$$dU = TdS - P_c dV. \tag{18}$$

Рівняння (18) у термодинаміці вважається основним, тому що воно відбиває перший (11) і другий (4) закони термодинаміки, переписані у диференціальній формі. Основне рівняння (18) може бути трансформоване в інші вирази – з іншими змінними у вигляді диференціалів як

у правій, так і в лівій частині. Це може бути зроблено за допомогою перетворень Лежандра [4,7].

Розглянемо енергетичну характеристику діаграми одноосового розтягу зразка мало-вуглецевої сталі (рис. 1б). На цій діаграмі так само, як і на попередній (рис. 1а), бачимо дві якісно подібні ділянки  $\alpha$  і  $\gamma$ , що характеризують різні модифікації кристалічної ґратки мало-вуглецевої сталі. На ділянці  $\alpha$  виконується закон Гука, а на ділянці  $\gamma$  виникає необхідність апроксимації кривої, як на ділянці  $\alpha$ .

Насамперед зауважимо щодо узгодження розмірностей між термодинамічними і механічними потенціалами. У термодинаміці мірою термічної енергії є механічна робота Дж, а в механіці матеріалів мірою енергії пружної деформації – питома величина Дж/м<sup>3</sup>. Тому у подальшому всі рівняння питомої енергії пружної деформації будемо домножувати на величину об'єму  $V$ .

Елементарну кількість механічної енергії пружної деформації, акумульованої матеріалом під дією зовнішнього силового навантаження, у загальному випадку можна визначити диференціалом добутку

$$Vd(\sigma \cdot \varepsilon) = V\sigma d\varepsilon + V\varepsilon d\sigma \quad (19)$$

Звідси видно, що права частина рівняння складається з двох елементарних величин енергій пружної деформації

$$\delta W_\sigma = V\sigma d\varepsilon \quad \text{і} \quad \delta W_\varepsilon = V\varepsilon d\sigma \quad (20)$$

Інтегруючи обидва рівняння (20), за ізоентропійно-ізотермічних умов, одержимо відомі співвідношення для дійсної  $W_\sigma$  і додаткової  $W_\varepsilon$  величин енергій пружної деформації [8]:

$$W_\sigma = V \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon = \frac{V\sigma\varepsilon}{2} = \frac{V\sigma^2}{2E} \quad ; \quad (21)$$

$$W_\varepsilon = V \int_0^\sigma \varepsilon d\sigma = \frac{V\sigma\varepsilon}{2} = \frac{VE\varepsilon^2}{2} \quad (22)$$

Таким чином, баланс енергій пружної деформації для першої ділянки (рис. 1б) запишеться відомим виразом повної енергії [8]

$$W^* = W_\sigma + W_\varepsilon \quad (23)$$

Для другої ділянки  $\gamma$  аналогічно до (16) і (17) баланс енергії дорівнюватиме

$$W^* = F_M + V\Delta\sigma_n \varepsilon_{T1} + W_\varepsilon, \quad (24)$$

$$W^* = G_M + V\Delta\sigma_n \varepsilon_{T1}, \quad (25)$$

де  $W^*$  – механічна енергомісткість, яка за фізичним змістом (рис. 2) є аналогом до теплової ентальпії  $H$ ;  $W_\sigma = F_M + W_\varepsilon$  – внутрішня енергія, що спричиняє структурні зміни у матеріалі під час плинності (фазового перетворення) і є аналогом до внутрішньої енергії  $U$  у термодинамічних потенціалах;  $V\Delta\sigma_n \varepsilon_{T1}$  – аналог добутку  $TS$  у термодинамічних потенціалах, який характеризує процеси переходу системи від одного стану рівноваги до іншого;  $G_M = F_M + W_\varepsilon$  – енергія, що є аналогом до енергії Гіббса, записаної у вигляді  $G = F + P_S V$ ;  $F_M = W_\sigma - \Delta\sigma_n \varepsilon_{T1}$  – енергія, яка є аналогом до енергії Гельмгольца, записаної у вигляді  $F = U - TS$ ;  $W_\varepsilon$  – внутрішня енергія розширення матеріалу, що є аналогом добутку  $P_C V$ , котрий характеризує роботу розширення системи.

Усі розглянуті вище термодинамічні (10), (14), (15) та механічні (23 – 25) потенціали взаємно пов'язані між собою і подані графічно на рис. 2.

Тепер розглянемо деякі спільні властивості теплової і механічної форм енергії. Якщо подамо обидва вирази (20) у вигляді похідних

$$\frac{\delta W_{\sigma}}{Vd\varepsilon} = \sigma ; \tag{26}$$

$$\frac{\delta W_{\varepsilon}}{Vd\sigma} = \varepsilon , \tag{27}$$

то побачимо, що (27) характеризує процес, а (26) – стан системи.

Порівнюючи вирази (2) для ентропії з виразом (27) для деформації

$$S = \frac{\delta Q_s}{dT} \quad \text{і} \quad \varepsilon = \frac{\delta W_{\varepsilon}}{Vd\sigma} , \tag{28}$$

бачимо, що ці рівняння відображають процеси енергообміну за рахунок зміни температури й напруження, відповідно.

Якщо розглядати спільно рівняння Клаузіуса (4) з рівнянням (26) для випадку пластичної деформації

$$\delta S \geq \frac{\delta Q}{T} \quad \text{і} \quad d\varepsilon_{T1} \geq \frac{\delta W_{\sigma}}{V\sigma_T} , \tag{29}$$

то теж спостерігатимемо повну відповідність між фізичним змістом величини ентропії при сталому значенні температури та величини пластичної деформації, яка відбувається при сталій величині напруження, що відповідає границі плинності матеріалу. Як бачимо, величину деформації  $\varepsilon_{T1}$  виміряти неможливо, бо тут йдеться про величину деформації, що зростає при  $\sigma_T = const$ . Але ця величина деформації може бути вирахована на підставі вимірювань значень деформацій  $\varepsilon_{T2}$  і  $\varepsilon_0$  з наступним використанням рівняння  $\varepsilon_{T1} = \varepsilon_n - (\varepsilon_0 + \varepsilon_{T2})$  (рис. 1б).

Отже, у термодинаміці енергообмін відбувається під впливом температури з наростанням потенціалу ентальпії  $H$ , а в механіці матеріалів – під дією напруження при збільшенні потенціалу енерговмісту  $W^*$ , аналогічно до ентальпії  $H$ .

Оскільки запас внутрішньої питомої енергії, рівний енергії зв'язку між кристалічною структурою, є сталою величиною, індивідуальною для кожного матеріалу, то треба взяти до уваги, що сумісна дія механічної і термічної форм енергії в різних співвідношеннях може набувати критичних значень і призводити до таких несподіваних явищ, як повзучість, релаксація та лише тимчасова міцність, яка з бігом часу вичерпується. Іншими словами, механічні характеристики матеріалу, визначені при нормальних лабораторних умовах, зазнають істотних змін під дією високих температур, і збагнути це явище з позицій тільки механіки твердого тіла досить важко. Справа в тому, що поведінка матеріалу залежить лише від кількості підведеної до нього енергії, а спосіб підведення її жодного впливу на це не має. Слід зауважити, що з підвищенням температури границя плинності маловуглецевих сталей поступово зникає і приблизно при  $T > 300^{\circ}C$  повністю щезає, при одночасному зниженні границі пропорціональності. Інакше кажучи, підвищення температури сприяє збільшенню характеристик пластичності матеріалу за рахунок втрати характеристик пружності.

Сумісну дію механічної і термічної форм енергії найдоцільніше проілюструвати на підставі балансу термодинамічних і механічних потенціалів:

1. Варіант високотемпературної обробки матеріалу шляхом прокатування, вальцювання, кування, волочіння, екструзії тощо. Для цього випадку розглянемо фрагменти двох фазових діаграм (рис. 1), суміщених за ознаками фазового переходу модифікацій кристалічної структури. Ці фрагменти діаграм дають можливість записати механічні потенціали у повній відповідності до термодинамічних потенціалів.

Для більш чіткого з'ясування фізичного змісту механічних і термодинамічних потенціалів, зображених площами поверхонь на діаграмах (рис. 1), використаємо додатково графічне порівняння цих потенціалів (рис. 2). Усі три рівняння механічних потенціалів (рис. 1б) записуються у вигляді (23 – 25).

Механічні потенціали (23 – 25) можуть бути переписані у диференціальній формі так:

$$dW^* = dW_{\sigma} + dW_{\varepsilon} ; \tag{30}$$



$$dW^* = dF_M + V\Delta\sigma_n d\varepsilon_{T1} + dW_\varepsilon; \quad (31)$$

$$dW^* = dG_M + V\Delta\sigma_n d\varepsilon_{T1}. \quad (32)$$

Баланс повної енергомосткості матеріалу матиме вигляд

$$dI = dH + d^*, \quad (33)$$

де  $I$  – густина внутрішнього енерговмісту в матеріалі.

Після підстановки у рівняння балансу (33) механічних (30 – 32) і термодинамічних (10), (14) і (15) потенціалів (рис. 2) одержимо рівняння

$$dI = dU + P_C dV + dW_\sigma + dW_\varepsilon; \quad (34)$$

$$dI = dF + TdS + P_C dV + dF_M + V\Delta\sigma_n d\varepsilon_{T1} + dW_\varepsilon; \quad (35)$$

$$dI = dG + TdS + dG_M + P_C dV + V\Delta\sigma_n d\varepsilon_{T1}. \quad (36)$$

Якщо інваріанти тензорів напружень і деформацій  $\sigma$ ,  $\varepsilon$ ,  $\sigma_i$  і  $\varepsilon_i$  взяти за основні, то густину енергії деформації можна подати в інваріантному вигляді [2,8] як

$$dW_\varepsilon = 3V\sigma d\varepsilon + V\sigma_i d\varepsilon_i, \quad (37)$$

де  $\sigma$  і  $\varepsilon$  – середні значення напружень і деформацій, які спричиняють зміну об'єму матеріалу;  $\sigma_i$  і  $\varepsilon_i$  – інтенсивність напружень і деформацій, які зумовлюють зміну форми матеріалу.

2. Варіант, коли матеріал працює в умовах пружних деформацій, але при дії високої температури  $T > 300^0 C$ . Цей випадок схематично показаний фрагментами  $\alpha$  двох діаграм (рис. 1), з яких видно, що з трьох механічних потенціалів залишається тільки один у вигляді (23), бо кристалічна структура від механічного напруження, меншого за границю пропорціональності, не зазнає ніякого пошкодження. Баланс енерговмісту матеріалу для цього випадку набуде вигляду

$$dI = dU + P_C dV + dW_\sigma + 3V\sigma d\varepsilon + V\sigma_i d\varepsilon_i; \quad (38)$$

$$dI = dF + TdS + P_C dV + dF_M + V\Delta\sigma_n d\varepsilon_{T1} + 3V\sigma d\varepsilon + V\sigma_i d\varepsilon_i; \quad (39)$$

$$dI = dG + TdS + dG_M + V\Delta\sigma_n d\varepsilon_{T1}. \quad (40)$$

З цієї системи рівнянь можна визначити допустимі величини напружень або деформацій при заданій величині температури.

1. Браун Т., Лемей Г.Ю. Химия в центре наук: В 2 ч. М., 1988.
2. Гольденберг И.И., Бажанов В.Л., Копнов В.А. Длительная прочность в машиностроении. М., 1977.
3. Иванова В.С., Терентьев В.Ф. Природа усталости металлов. М., 1975.
4. Кириллин В.Л., Сычев В.В., Шейндлин А.Е. Техническая термодинамика. М., 1979.
5. Киттель Ч. Статистическая термодинамика. М., 1977.
6. Справочник машиностроителя / Под ред. Э.А. Сатяля. М., 1964. Т. 6.
7. Физический энциклопедический словарь / Гл. ред. А.М. Прохоров. М., 1983.
8. Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела: В 4 т. М., 1975.

УДК 512.64

## ТЕОРЕМИ БЕЗУ І ВІСТА ТА ЇХ УЗАГАЛЬНЕННЯ

*Р.В. Коляда, І.О. Мельник*

*Досліджуються питання взаємозв'язку між розв'язками матричного рівняння і відповідними його коефіцієнтами та виділення унітального однорідного множника з однорідного матричного многочлена від двох змінних.*