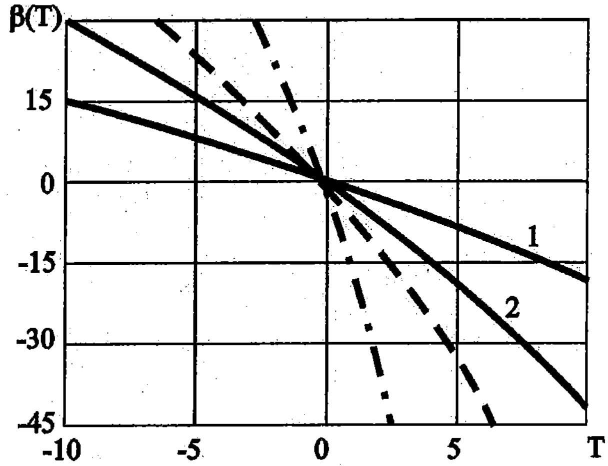

Графіки залежності власної частоти від зміни температури

Як бачимо, із зниженням температури власні частоти зростають. Це й зрозуміло, бо при зниженні температури (охолодженні) пластина опиняється в умовах її додаткового натягу. У той же час зниження власних частот при підвищенні температури не може тривати безмежно. Воно обмежене моментом втрати стійкості стиснутої пластини. Зокрема, для варіантів розрахунків, зображених штриховою та штрихпунктирною кривими, це відбувається, відповідно, при $T \approx 9{,}4$ та $T \approx 3{,}8$. Значення, обчислені із співвідношення (4), стають при цьому чисто уявними.

Цікаво звернути увагу на числові значення деяких величин. Наприклад, при порівняно незначному зростанні (падінні) температури (на 20°С) видовження пластини при податливому кріпленні становило б усього 0,024 мм. Зусилля ж, яке виникає при нерухомому кріпленні, складає 4,8 КН, тобто в пластині виникають напруження 48 МПа, що дорівнює приблизно 10% границі міцності для маловуглецевих сталей. Зміна основної власної частоти при цьому становить, як видно з графіків, кілька десятків відсотків.

Таким чином, при конструюванні обладнання, що експлуатується у змінюваних температурних умовах і важливою характеристикою якого є динамічні властивості плоских тонкостінних елементів конструкцій, необхідно враховувати описаний у даній роботі ефект конструктивної термочутливості або уникати його шляхом використання податливих кріплень чи матеріалів з близькими коефіцієнтами лінійного теплового розширення.

1. Коваленко А.Д. Термоупругость. К., 1975. 2. Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж. Демпфирование колебаний. М., 1988. 3. Прочность, устойчивость, колебания: Справочник в 3 т./ Под ред. И.А. Биргера, Я.Г. Пановко. Т.3. М., 1968. 4. Токарев М.Ф., Талицкий Е.Н., Фролов В.А. Механические воздействия и защита радиоэлектронной аппаратуры: Учеб. пособие для вузов/ Под ред. В.А. Фролова. М., 1984. 5. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем. М., 1970.

УДК 512.64: 519.61

Р.В.Коляда, О.М.Мельник, В.М.Прокіп

ПРО ФАКТОРИЗАЦІЮ БАГАТОЧЛЕННИХ МАТРИЦЬ НАД ПОЛЕМ НУЛЬОВОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Досліджуються умови існування унітального дільника із заданим визначником з багаточленної матриці над полем нульової характеристики.

Исследуются условия существования унитального делителя из заданным определителем из многочленной матрицы над полем нулевой характеристики.

Нехай **P** – поле характеристики нуль, а $\mathbf{P}_n$ і $\mathbf{P}_n[x]$ – відповідно, кільця матриць порядку $n \geq 2$ над полем **P** та кільцем багаточленів **P**[x]. Нижче використовуватимемо такі позначення: **I**

– одинична та **O** – нульова матриці порядку n; $d_A(x)$ – НСД (найбільший спільний дільник) мінорів (n – 1)-го порядку матриці **A**(x) ∈ $\mathbf{P}_n[x]$; **A***(x) – взаємна матриця до матриці **A**(x), тобто **A**(x)·**A***(x) = **I**·det**A**(x). Матриці **A***(x) та цілому числу r ≥ 0 поставимо у відповідність матрицю $\mathbf{A}_r(x) = \mathbf{A}^*(x)\cdot\left\|\mathbf{I}x^r \ \ \ldots \ \ \mathbf{I}x \ \ \mathbf{I}\right\|$. У кільці многочленів **P**[x] існує звичайне диференціювання **D**: $\mathbf{D}\left(\sum_{i=0}^{m} a_i x^i\right) = \sum_{i=1}^{m} i a_i x^{i-1}$ і $\mathbf{D}^k = \mathbf{D}(\mathbf{D}^{k-1})$. Під диференціюванням матриці $\mathbf{A}(x) = \left\|a_{ij}(x)\right\|_1^{m,n}$, $a_{ij}(x)$ ∈ **P**[x] розумітимемо поелементне її диференціювання $\mathbf{D}^k(\mathbf{A}(x)) = \mathbf{A}^{(k)}(x)$, k = 0, 1, … .

Згідно з [2], значенням багаточленної матриці **G**(x) на множині коренів багаточлена $b(x) = \prod_{i=1}^{m}(x-b_i)^{k_i}$ називають матрицю вигляду $\mathbf{M}[\mathbf{G}, b] = \begin{Vmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_m \end{Vmatrix}$, де $\mathbf{H}_i = \begin{Vmatrix} \mathbf{G}(b_i) \\ \mathbf{G}^{(1)}(b_i) \\ \vdots \\ \mathbf{G}^{(k_i-1)}(b_i) \end{Vmatrix}$,

де $\mathbf{G}^{(j)}(b_i)$ – значення j-ї похідної матриці **G**(x) при x = b_i.

Дослідимо проблему факторизації матриці **A**(x) ∈ $\mathbf{P}_n[x]$ у вигляді **A**(x) = **B**(x)·**C**(x), де $\mathbf{B}(x) = \mathbf{I}\cdot x^r - \mathbf{B}_1\cdot x^{r-1} - \ldots - \mathbf{B}_r$ ($\mathbf{B}_i \in \mathbf{P}_n$, i = 1, 2, …, r) – унітальна багаточленна матриця степеня r з визначником det**B**(x) = b(x) = $(x-b_1)^{k_1}(x-b_2)^{k_2}\ldots(x-b_m)^{k_m}$. Наведемо необхідні, а за певних обмежень, і достатні умови такої факторизації. Оскільки задача з'ясування необхідних і достатніх умов такої факторизації є досить складною, то дослідження цієї задачі тривалий час проводилося на неособливих матрицях над полем комплексних чисел [2–4, 5, 7]. Зокрема, у роботі [5] описано алгоритм розв'язання поставленої задачі над полем дійсних чисел. Об'єктом досліджень цієї статті є умови факторизації матриць **A**(x) над полем нульової характеристики, для яких rank **A**(x) ≥ n – 1.

Теорема 1. Нехай для матриці **A**(x) ∈ $\mathbf{P}_n[x]$, rank **A**(x) ≥ n – 1 існує факторизація **A**(x) = **B**(x)·**C**(x), де $\mathbf{B}(x) = \mathbf{I}\cdot x^r - \mathbf{B}_1\cdot x^{r-1} - \ldots - \mathbf{B}_r$ ($\mathbf{B}_i \in \mathbf{P}_n$, i = 1, 2, …, r) – унітальна багаточленна матриця степеня r, визначник якої допускає зображення det**B**(x) = b(x) = $(x-b_1)^{k_1}(x-b_2)^{k_2}\ldots(x-b_m)^{k_m}$. Тоді rank $\mathbf{M}[\mathbf{A}_r, b]$ = rank $\mathbf{M}[\mathbf{A}_{r+1}, b]$.

Доведення. Оскільки rank**A**(x) ≥ n – 1, то **A***(x) = **C***(x)·**B***(x) ≠ **O**, звідки отримуємо рівність **A***(x)·**B**(x) = b(x)·**C***(x), а також порівняння

$$x^r\cdot\mathbf{A}^*(x) - \mathbf{A}^*(x)\cdot\left\|\mathbf{I}x^r \ \ \ldots \ \ \mathbf{I}x \ \ \mathbf{I}\right\|\cdot\mathbf{Z}_0 = \mathbf{O} \pmod{b(x)}, \text{ де } \mathbf{Z}_0 = \begin{Vmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{B}_r \end{Vmatrix}.$$

Нехай $x^r\cdot\mathbf{A}^*(x) = \mathbf{F}(x)$. Тоді з рівності $\mathbf{F}(x) - \mathbf{A}_r(x)\cdot\mathbf{Z}_0 = \mathbf{O} \pmod{b(x)}$ маємо $\mathbf{F}^{(i)}(b_j) = \mathbf{A}_r^{(i)}(b_j)\cdot\mathbf{Z}_0$ для всіх j = 1, 2, …, m, i = 1, 2, …, k_j – 1. З цього випливає, що матриця $\mathbf{Z}_0$ є розв'язком рівняння $\mathbf{A}_r^{(i)}(b_j)\cdot\mathbf{Z} = \mathbf{F}^{(i)}(b_j)$ для всіх j = 1, 2, …, m та i = 1, 2, …, k_j – 1. Згідно з теоремою Кронекера–Капеллі, отримуємо

$$\operatorname{rank}\begin{Vmatrix} \mathbf{A}_r(b_j) \\ \mathbf{A}_r^{(1)}(b_j) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_r^{(k_j-1)}(b_j) \end{Vmatrix} = \operatorname{rank}\begin{Vmatrix} \mathbf{A}_r(b_j) & \mathbf{F}_r(b_j) \\ \mathbf{A}_r^{(1)}(b_j) & \mathbf{F}_r^{(1)}(b_j) \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{A}_r^{(k_j-1)}(b_j) & \mathbf{F}_r^{(k_j-1)}(b_j) \end{Vmatrix} = \operatorname{rank}\begin{Vmatrix} \mathbf{A}_{r+1}(b_j) \\ \mathbf{A}_{r+1}^{(1)}(b_j) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{r+1}^{(k_j-1)}(b_j) \end{Vmatrix}.$$

Отже, rank $\mathbf{M}[\mathbf{A}_r, b]$ = rank $\mathbf{M}[\mathbf{A}_{r+1}, b]$, що доводить теорему.

Матрицю $\mathbf{M}[\mathbf{A}_{r+1}, b]$ запишемо у вигляді $\mathbf{M}[\mathbf{A}_{r+1}, b] = \left\|\mathbf{N}[r, b] \ \ \ \mathbf{M}[\mathbf{A}_r, b]\cdot\right\|$. Якщо для матриці **A**(x) (rank **A**(x) ≥ n – 1) існує факторизація **A**(x) = **B**(x)·**C**(x), де **B**(x) – унітальна багаточленна матриця, визначник якої розкладається в добуток лінійних множників, то з теореми 1 випливає розв'язність рівняння $\mathbf{M}[\mathbf{A}_r, b]\cdot\mathbf{Z} = \mathbf{N}[r, b]$. Нижче встановимо зв'язок між розв'язністю цього рівняння та матрицею $\mathbf{A}(x)$ і визначником шуканого унітального дільника.

Лема 1. Нехай $b(x) = (x-b_1)^{k_1}(x-b_2)^{k_2}...(x-b_m)^{k_m} \in \mathbf{P}[x]$ – багаточлен степеня nr і нехай $\mathbf{A}(x) \in \mathbf{P}_n[x]$, $\operatorname{rank}\mathbf{A}(x) \geq n-1$, така, що $\deg\mathbf{A}^*(x) \geq (n-1)\cdot r$. Якщо $\operatorname{rank}\mathbf{M}[\mathbf{A}_r, b] = \operatorname{rank}\mathbf{M}[\mathbf{A}_{r+1}, b]$, то існує унітальна багаточленна матриця $\mathbf{D}(x) = \mathbf{I}\cdot x^r - \mathbf{D}_1\cdot x^{r-1} - \ldots - \mathbf{D}_r$ $(\mathbf{D}_i \in \mathbf{P}_n$, $i = 1, 2, \ldots, r)$ така, що $\mathbf{A}^*(x)\cdot\mathbf{D}(x) = \mathbf{O}(\mathrm{mod}\, b(x))$.

Відомо [1], що для матриці $\mathbf{A}(x) \in \mathbf{P}_n[x]$, $\operatorname{rank}\mathbf{A}(x) \geq k$ існують матриці $\mathbf{U}(x), \mathbf{V}(x) \in GL(n, \mathbf{P}[x])$, такі, що $\mathbf{U}(x)\cdot\mathbf{A}(x)\cdot\mathbf{V}(x) = \mathbf{F}_A(x) = \operatorname{diag}(a_1(x),\ldots,a_{k-1}(x), a_k(x), 0,\ldots,0)$, де $a_i(x)|a_{i+1}(x)$ (ділить) для всіх $1 \leq i < k$ і $a_i(x)$ – унітальні багаточлени. Матрицю $\mathbf{F}_A(x)$ називають канонічною діагональною формою матриці $\mathbf{A}(x)$. Надалі для спрощення елементи з $\mathbf{P}[x]$ записуватимемо, не вказуючи їхню залежність від змінної x.

Лема 2. Нехай для матриці $\mathbf{A}(x) \in \mathbf{P}_n[x]$, $\operatorname{rank}\mathbf{A}(x) \geq n-1$ існує факторизація $\mathbf{A}(x) = \mathbf{B}(x)\cdot\mathbf{C}(x)$, де $\mathbf{B}(x) \in \mathbf{P}_n[x]$ – унітальна багаточленна матриця з визначником $\det\mathbf{B}(x) = b(x)$. Якщо $(b(x), d_A(x)) = 1$, де $d_A(x)$ – НСД мінорів $(n-1)$-го порядку матриці $\mathbf{A}(x)$, то матриця $\mathbf{B}(x)$ єдина з цим визначником $b(x)$, тобто, якщо також $\mathbf{A}(x) = \mathbf{B}_1(x)\cdot\mathbf{C}_1(x)$, де $\mathbf{B}_1(x) \in \mathbf{P}_n[x]$ – унітальна і $\det\mathbf{B}_1(x) = b(x)$, $\deg\mathbf{B}(x) = \deg\mathbf{B}_1(x)$, то $\mathbf{B}(x) = \mathbf{B}_1(x)$.

Теорема 2. Нехай для матриці $\mathbf{A}(x) \in \mathbf{P}_n[x]$, $\operatorname{rank}\mathbf{A}(x) = n-1$ та унітального багаточлена $b(x) = (x-b_1)^{k_1}(x-b_2)^{k_2}...(x-b_m)^{k_m} \in \mathbf{P}[x]$ степеня nr виконується нерівність $\deg\mathbf{A}^*(x) \geq (n-1)\cdot r$ і $\operatorname{rank}\mathbf{A}(b_j) = n-1$ для всіх $1 \leq j \leq m$. Для $\mathbf{A}(x)$ існує лівий унітальний дільник $\mathbf{B}(x) \in \mathbf{P}_n[x]$ степеня r із визначником $\det\mathbf{B}(x) = b(x)$, тоді і тільки тоді, коли $\operatorname{rank}\mathbf{M}[\mathbf{A}_r, b] = nr$. Якщо шуканий дільник $\mathbf{B}(x)$ існує, то він єдиний із заданим $b(x)$.

Доведення. Необхідність. Оскільки $\mathbf{A}(x) = \mathbf{B}(x)\cdot\mathbf{C}(x)$, де $\mathbf{B}(x) \in \mathbf{P}_n[x]$, – унітальна багаточленна матриця степеня r із визначником $\det\mathbf{B}(x) = b(x) = (x-b_1)^{k_1}(x-b_2)^{k_2}...(x-b_m)^{k_m}$, то, згідно з теоремою 1, $\operatorname{rank}\mathbf{M}[\mathbf{A}_r, b] = \operatorname{rank}\mathbf{M}[\mathbf{A}_{r+1}, b]$. Отже, рівняння $\mathbf{M}[\mathbf{A}_r, b]\cdot\mathbf{Z} = \mathbf{N}[r, b]$ розв'язне. На підставі леми 1 існує багаточленна матриця $\mathbf{D}(x) = \mathbf{I}\cdot x^r - \mathbf{D}_1\cdot x^{r-1} - \ldots - \mathbf{D}_r$, $(\mathbf{D}_i \in \mathbf{P}_n$, $i = 1, 2, \ldots, r)$ така, що $\mathbf{A}^*(x)\cdot\mathbf{D}(x) = \mathbf{O}(\mathrm{mod}\, b(x))$. Припустимо, що $\mathbf{D}(x) \neq \mathbf{B}(x)$.

Для матриці $\mathbf{A}(x)$ існують [1] матриці $\mathbf{U}(x), \mathbf{V}(x) \in GL(n, \mathbf{P}[x])$ такі, що $\mathbf{A}(x) = \mathbf{U}(x)\cdot\operatorname{diag}(a_1(x),\ldots,a_{n-1}(x), a_n(x), 0)\cdot\mathbf{V}(x)$, де $a_i(x)|a_{i+1}(x)$ для всіх $1 \leq i < n-1$. Оскільки $\operatorname{rank}\mathbf{A}(b_j) = n-1$ для всіх $1 \leq i \leq m$, то $(a_i(x), d_A(x)) = 1$, тобто $(b(x), d_A(x)) = 1$. Отже, з рівності $\mathbf{A}^*(x)\cdot\mathbf{D}(x) = b(x)\cdot\mathbf{Q}(x)$ випливає $\operatorname{diag}(0,\ldots, 0, a(x))\cdot\mathbf{U}^*(x)\cdot\mathbf{D}(x) = \mathbf{O}\,(\mathrm{mod}\, b(x))$, де $a(x) = a_1(x)\cdot a_2(x)\cdot\ldots\cdot a_{n-1}(x)$. Неважко переконатись, що виконується така рівність:

$$\operatorname{diag}(b(x),\ldots b(x), 1)\cdot\operatorname{diag}(0,\ldots, 0, a(x))\cdot\mathbf{U}^*(x)\cdot\mathbf{D}(x) = \mathbf{O}\,(\mathrm{mod}\, b(x)). \quad (1)$$

Оскільки $(b(x), d_A(x)) = 1$, то з (1) випливає $\operatorname{diag}(b(x),\ldots b(x), 1)\cdot\mathbf{U}^*(x)\cdot\mathbf{D}(x) = b(x)\cdot\mathbf{S}(x)$. Перейшовши до визначників у лівій і правій частинах останньої рівності, отримаємо $\mathbf{S}(x) \in GL(n, \mathbf{P}[x])$. Отже, $\mathbf{G}(x) = \mathbf{S}^{-1}(x)\cdot\operatorname{diag}(b(x),\ldots b(x), 1)\cdot\mathbf{U}^*(x) = \mathbf{D}^*(x)$, тобто для матриці $\mathbf{D}(x)$ існує зображення $\mathbf{D}(x) = \mathbf{U}(x)\cdot\operatorname{diag}(b(x),\ldots b(x), 1)\cdot\mathbf{H}(x)$, де $\mathbf{H}(x) \in GL(n, \mathbf{P}[x])$. Тому для матриці $\mathbf{A}(x)$ існує зображення

$$\mathbf{A}(x) = \mathbf{U}(x)\cdot\operatorname{diag}(b(x),\ldots b(x), 1)\cdot\mathbf{H}(x)\cdot\mathbf{H}^{-1}(x)\cdot\operatorname{diag}(a_1(x),\ldots a_{n-1}(x), 0)\cdot\mathbf{V}(x) = \mathbf{D}(x)\cdot\mathbf{C}(x),$$

де $\mathbf{D}(x)$ – унітальна багаточленна матриця степеня r з визначником $\det\mathbf{D}(x) = b(x)$. На підставі леми 2 матриця $\mathbf{D}(x)$ однозначно визначена своїм визначником $b(x)$. Отже, $\mathbf{B}(x) = \mathbf{D}(x)$, тобто рівняння $\mathbf{M}[\mathbf{A}_r, b]\cdot\mathbf{Z} = \mathbf{N}[r, b]$ має єдиний розв'язок. Тому отримаємо $\operatorname{rank}\mathbf{M}[\mathbf{A}_r, b] = \operatorname{rank}\mathbf{M}[\mathbf{A}_{r+1}, b] = nr$.

Достатність. Нехай $\operatorname{rank}\mathbf{M}[\mathbf{A}_r, b] = nr$. Окільки $\operatorname{rank}\mathbf{A}(x) = n-1$ і $\mathbf{A}(x) = \mathbf{U}(x)\cdot\operatorname{diag}(a_1(x),\ldots a_{n-1}(x), 0)\cdot\mathbf{V}(x)$, де $\mathbf{U}(x), \mathbf{V}(x) \in GL(n, \mathbf{P}[x])$, то $\mathbf{A}^*(x) = \mathbf{V}^*(x)\cdot\operatorname{diag}(0,\ldots, 0, a(x))\cdot\mathbf{U}^*(x) = \mathbf{V}^*(x)\cdot\mathbf{G}(x)$, де $\mathbf{G}(x) = \operatorname{diag}(0,\ldots, 0, a(x))\cdot\mathbf{U}^*(x)$. На підставі твердження 4 ([2], с. 29) отримуємо $\operatorname{rank}\mathbf{M}[\mathbf{A}_r, b] = \operatorname{rank}\mathbf{M}[\mathbf{G}_r, b] = nr$. Очевидно, що в матриці $\mathbf{M}[\mathbf{A}_r, b]$ є лише nr ненульових рядків. Тепер неважко переконатися в тому, що $\operatorname{rank}\mathbf{M}[\mathbf{G}_r, b] = \operatorname{rank}\mathbf{M}[\mathbf{G}_{r+1}, b] = \operatorname{rank}\mathbf{M}[\mathbf{A}_{r+1}, b] = nr$, тобто рівняння $\mathbf{M}[\mathbf{A}_r, b]\cdot\mathbf{Z} = \mathbf{N}[r, b]$ розв'язне і має єдиний розв'язок. Застосувавши далі аналогічні міркування, як і при доведенні необхідності, отримуємо, що для матриці **A**(x) існує факторизація **A**(x) = **B**(x)·**C**(x), де **B**(x) – унітальна багаточленна матриця степеня r і det**B**(x) = b(x) = $(x-b_1)^{k_1}(x-b_2)^{k_2}...(x-b_m)^{k_m}$, причому **B**(x) однозначно визначена своїм визначником b(x). Теорему доведено.

Наслідок. Нехай **A**(x) ∈ $\mathbf{P}_n[x]$, така, що rank**A**(x) = n – 1 і $d_A(x) = 1$. Нехай далі b(x) = $(x-b_1)^{k_1}(x-b_2)^{k_2}...(x-b_m)^{k_m}$ ∈ **P**[x] – унітальний багаточлен степеня nr, причому deg**A**(x) ≥ (n – 1)·r. Для матриці **A**(x) існує факторизація **A**(x) = **B**(x)·**C**(x), де **B**(x) ∈ $\mathbf{P}_n[x]$ – унітальна багаточленна матриця степеня r і det**B**(x) = b(x), тоді і тільки тоді, коли rank $\mathbf{M}[\mathbf{A}_{r+1}, b]$ = nr. Якщо ж шуканий дільник **B**(x)·існує, то він єдиний із заданим b(x).

Зазначимо, що отримані результати мають безпосереднє застосування при дослідженні розв'язності матричних багаточленних рівнянь чи систем матричних рівнянь, оскільки відшукання їхніх розв'язків рівносильне виділенню з багаточленної матриці лінійного [1] чи степеня r [6] унітального дільника. Крім того, наведені результати можна використати в теорії систем диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами.

1. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М., 1988. 2. Казімірський П.С. Розклад матричних многочленів на множники. К., 1981. 3. Казимирский П.С., Петричкович В.М. Разложимость полиномиальных матриц на линейные множители // Матем. методы и физ.-мех. поля. 1978. Вып. 8. 4. Коляда Р.В., Мельник О.М. Факторизація однорідних многочленних матриць від двох змінних //Сучасні проблеми математики: Матеріали міжнар. наук. конф. Ч. 1. К., 1998. 5. Малышев А.Н. Гарантированная точность в спектральных задачах линейной алгебры // Вычислительные методы линейной алгебры. Тр. Ин-та математики СО АН СССР. Т.17. Новосибирск, 1990. 6. Мельник О.М. Дослідження однієї системи матричних рівнянь //Доповіді АН УРСР. Сер. А. 1981. 7. Прокіп В., Мельник О., Кузаконь В. Про один клас дільників багаточленних матриць над полем // Вісник Львівського університету. Серія прикладної математики та інформатики. Вип. 5. Львів, 2002.

УДК 517.956

У. В. Жидик

РОЗВ'ЯЗОК КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ПІВЛІНІЙНОГО ЕЛІПТИЧНОГО РІВНЯННЯ ПОРЯДКУ $2m$ У КЛАСІ ФУНКЦІЙ З ОСОБЛИВОСТЯМИ НА МЕЖІ ОБЛАСТІ

Доводяться достатні умови, при яких регулярний у середині області розв'язок півлінійного еліптичного рівняння порядку $2m$ на межі області набуває узагальнених значень з $D'(S)$.

Доказываются достаточные условия, при которых регулярное внутри области решение полулинейного эллиптического уравнения порядка $2m$ на границе области принимает обобщенные значения из $D'(S)$.

Нехай Ω – область в R^n, обмежена замкненою поверхнею S класу C^∞, $D(\overline{\Omega}) = C^\infty(\overline{\Omega}), D(S) = C^\infty(S), D'(\overline{\Omega}), D'(S)$ – простори лінійних неперервних функціоналів відповідно на $D(\overline{\Omega})$ і $D(S)$.

Нехай $x_0 \in S$, $\rho(x)$ – невід'ємна нескінченно диференційовна в $\overline{\Omega}$ функція, яка дорівнює нулю в точках поверхні S, біля S має порядок відстані $d(x,S)$ від точки $x \in \Omega$ до поверхні S, $\rho(x) \le \rho_1, x \in \Omega$, $\rho(x, x_0)$ – невід'ємна нескінченно диференційовна в $\overline{\Omega}$ функція, $\rho(x_0, x_0) = 0$, а в околі точки x_0 має порядок $d(x, x_0) = |x - x_0|, x_0 \in \overline{\Omega}$.

Уведемо функціональні простори:

$$\tilde{m}_p(\Omega) = \{u : u \in C^{2m-1}(\Omega) : \| u \|_p = \int\limits_\Omega \sum_{|\gamma| \le 2m-1} \rho^{p+\gamma}(x) \left| D^\gamma u(x) \right| dx < +\infty \},$$