

**СЕКЦІЯ  
ПОЛІГРАФІЧНОГО МАШИНОБУДУВАННЯ**

УДК 686.12.056

*І.І. Різєй*

**ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ВИГОТОВЛЕННЯ ЗОВНІШНІХ КРИВОЛІНІЙНИХ  
КОНТУРІВ У РОЗГОРТКАХ КАРТОННИХ ПАКОВАНЬ СПОСОБОМ НОЖИЧНОГО  
РІЗАННЯ**

*Розглядається вузол вирізування зовнішніх криволінійних контурів у розгортках карто-  
нних паковань, наводяться аналітичні залежності для визначення параметрів процесу різання  
та аналізуються результати досліджень.*

*Рассматривается узел вырезывания внешних криволинейных контуров в развертках  
картонных упаковок, приводятся аналитические зависимости для определения параметров  
процесса резания и анализируются результаты исследований.*

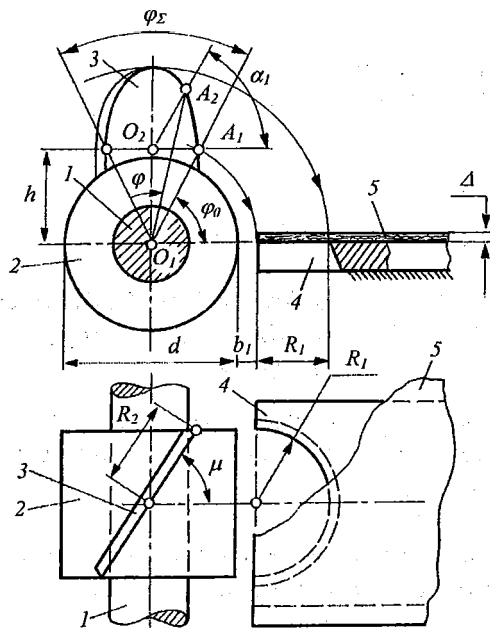
Наукові дослідження у галузі розроблення ножичного способу виготовлення розгорток паковань з картону [3,4] засвідчують прогресивну тенденцію розвитку технології та засобів вирізування, покликаних задовольнити попит виробництва картонної тари в невеликих обсягах.

Попри енергоощадність, малі габарити та низьку металомісткість вирізувальне устаткування наділене можливістю комплектування інструментами, які можна виготовляти в умовах невеликих ремонтно-механічних цехів з підручного матеріалу [5].

Реалізація останніх досліджень [2], опублікованих у науково-технічній літературі, уможливило розширення рамок технології вирізування шляхом розроблення засобів виготовлення різнопрофільних внутрішніх контурів у розгортках картонних паковань.

Однак не вирішеним завданням залишається вирізування зовнішніх криволінійних контурів (увігнутих чи випуклих), які традиційними способами виготовляють одночасно з іншими елементами розгортки. Впровадження способу вирізування зовнішніх заокруглених увігнутих елементів розгортки з картону передбачає використання вирізувального вузла [1], зображеного на рис. 1.

Для дослідження візьмемо такі позначення:  $O_1$  – вісь обертання вала;  $O_2$  – центр заокруглення робочої крайки рухомого ножа;  $\Delta$  – товщина картонної заготовки;  $\mu$  – кут нахилу рухомого ножа відносно осі обертання вала;  $R_1$  – радіус робочої крайки протиножа;  $R_2 = \frac{R_1}{\sin \mu}$  – радіус робочої крайки рухомого ножа;  $d$  – діаметр ножедержача;  $b_1$  – відстань від ножедержача до переднього поля картону;  $h = \sqrt{(0,5d + b_1)^2 - R_2^2 \cdot \cos^2 \mu}$ ;  $l = O_2A_2$ ;  $L = O_1A_2$  – конструктивні розміри;  $\alpha_1$  – кут положення точки умовного перетину леза рухомого ножа з крайкою протиножа;  $\varphi_0 = \arccos \frac{R_2 \cdot \cos \mu}{0,5d + b_1}$  – початковий кут повороту ножа;  $\phi_\Sigma = \pi - 2\varphi_0$  – робочий сумарний кут повороту ножа, на протязі якого вирізують заокруглену ділянку в картонній розгортці;  $\varphi$  – біжучий кут повороту ножа.



**Рис. 1. Схема вузла вирізування увігнутих заокруглених елементів у розгортках картонних паковань:**

**1 – вал; 2 – ножетримач; 3 – рухомий ніж; 4 – протиніж; 5 – картонна заготовка**

За умови повертання рухомого ножа на кут  $\mu$  у площині, перпендикулярній до осі обертання вала, його ріжуча крайка проектується в половину еліпса, який описується математичним виразом

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1,$$

де  $x = l \cdot \cos \alpha_1$ ;  $y = l \cdot \sin \alpha_1$ ;  $b = R \cdot \cos \mu$  і  $a = R_2$ .

Завданням дослідження є встановлення впливу кута повороту рухомого ножа на кут повороту точки різання відносно центра його заокруглення, геометричні, кінематичні та силові параметри процесу різання.

*1. Визначення кута переміщення точки різання.*

Після перетворень математичного виразу еліпса отримаємо

$$l = \frac{a \cdot b}{\sqrt{a^2 \cdot \cos^2 \alpha_1 + b^2 \cdot \sin^2 \alpha_1}}, \quad (1)$$

$$L = \frac{l \cdot \cos \alpha_1}{\cos(\varphi_0 + \varphi)}. \quad (2)$$

Розв'язком рівнянь (1) і (2) є вираз

$$\alpha_1 = \arctg \sqrt{\frac{-(C^2 \cdot a^2 + 2D \cdot B) + \sqrt{(C^2 \cdot a^2 + 2D \cdot B)^2 + 4(C^2 \cdot b^2 - B^2)D^2}}{2(C^2 \cdot b^2 - B^2)}}, \quad (3)$$

де  $B = 1 + \frac{h^2}{a^2}$ ;  $C = \frac{2h}{a \cdot b}$ ;  $D = \operatorname{tg}^2(\varphi_0 + \varphi) - \frac{h^2}{b^2}$ .

Дійсний кут положення точки різання (точка  $A_3$  на рис.2) відносно центра заокруглення (точка  $O_2$ ) рухомого ножа визначається залежністю

$$\alpha_2 = \arctg(\operatorname{tg}\alpha_1 \cdot \cos \mu)$$

або

$$\alpha_2 = \arctg \left[ \frac{-\left(C^2 \cdot a^2 + 2D \cdot B\right) + \sqrt{\left(C^2 \cdot a^2 + 2D \cdot B\right)^2 + 4\left(C^2 \cdot b^2 - B^2\right)D^2}}{2\left(C^2 \cdot b^2 - B^2\right)} \times \right] \times \cos \mu \quad (4)$$

2. Визначення довжини дуги переміщення точки різання.

Довжину дуги переміщення точки різання визначаємо як добуток її кутового переміщення і радіуса заокруглення ріжучої крайки рухомого ножа:

$$S_1 = \alpha_2 \cdot R_2$$

або з врахуванням (4):

$$S_1 = R_2 \cdot \arctg \left[ \frac{-\left(C^2 \cdot a^2 + 2D \cdot B\right) + \sqrt{\left(C^2 \cdot a^2 + 2D \cdot B\right)^2 + 4\left(C^2 \cdot b^2 - B^2\right)D^2}}{2\left(C^2 \cdot b^2 - B^2\right)} \times \right] \times \cos \mu \quad (5)$$

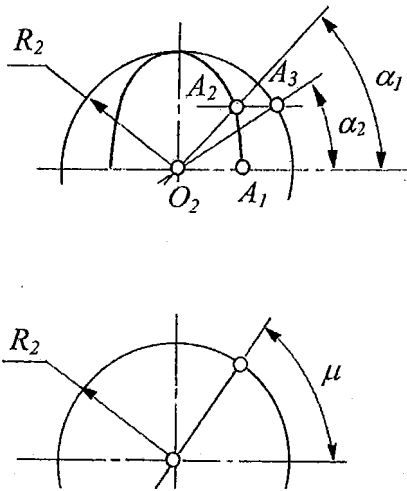


Рис.2. Схема до визначення кута положення точки різання

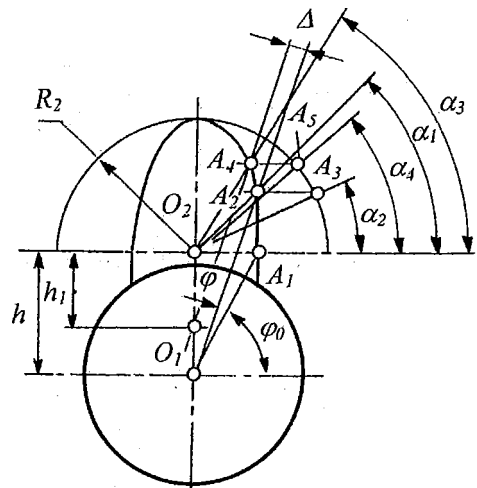


Рис.3. Схема до визначення довжини лінії контакту леза ножа з картоном

3. Визначення дуги контакту леза ножа з картоном.

Довжина дуги  $A_3A_5$  (рис.3) контакту леза ножа з матеріалом залежить від товщини картону і визначається виразом

$$S = S_2 - S_1, \quad (6)$$

де  $S_2 = R_2 \times$

$$\times \arctg \left[ \frac{-\left(C_1^2 \cdot a^2 + 2D_1 \cdot B_1\right) + \sqrt{\left(C_1^2 \cdot a^2 + 2D_1 \cdot B_1\right)^2 + 4\left(C_1^2 \cdot b^2 - B_1^2\right)D_1^2}}{2\left(C_1^2 \cdot b^2 - B_1^2\right)} \times \cos \mu \right] \quad \text{— довжина}$$

дуги, окреслена різанням верхньої площини картону;  $B_1 = 1 + \frac{h_1^2}{a^2}$ ,  $C_1 = \frac{2h_1}{a \cdot b}$ ,

$D_1 = tg^2(\varphi_0 + \varphi) - \frac{h_1^2}{b^2}$ ,  $h_1 = \sqrt{(0,5d + b_1)^2 - R^2 \cdot \cos^2 \mu} - \frac{\Delta}{\cos(\varphi_0 + \varphi)}$  – конструктивні параметри.

4. Визначення довжини лінії контакту леза ножа з матеріалом.

Довжину лінії контакту леза заокругленого ножа з картоном визначаємо, знаючи дугу його контакту та товщину матеріалу:

$$k = \sqrt{S^2 + \Delta^2}. \quad (7)$$

5. Визначення швидкості переміщення точки різання.

Швидкість переміщення точки різання (умовного перетину крайок рухомого та нерухомого інструментів) визначається залежністю

$$V_P = R_2 \cdot \omega_2, \quad (8)$$

де  $\omega_2 = \frac{d\alpha_2}{dt} = \frac{d\alpha_2}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{d\varphi} = \omega_i \cdot \omega_H$ . Тут  $\omega_i, \omega_H$  – відповідно, інваріант кутової швидкості переміщення точки різання і кутова швидкість обертання рухомого ножа.

Похідна по часу виразу (4) визначає інваріант кутової швидкості переміщення точки різання вздовж дуги загостреної крайки рухомого ножа. За результатами диференціювання вираз (8) набуде вигляду

$$V_P = R_2 \cdot \omega_H \times \left\{ \begin{aligned} & \times \left[ \frac{1}{1 + \frac{-(C^2 \cdot a^2 + 2D \cdot B) + \sqrt{(C^2 \cdot a^2 + 2D \cdot B)^2 + 4(C^2 \cdot b^2 - B^2)D^2}}{2(C^2 \cdot b^2 - B^2)}} \cdot \cos^2 \mu \right] \times \\ & \times \frac{\cos \mu}{\sqrt{\frac{-(C^2 \cdot a^2 + 2D \cdot B) + \sqrt{(C^2 \cdot a^2 + 2D \cdot B)^2 + 4(C^2 \cdot b^2 - B^2)D^2}}{2(C^2 \cdot b^2 - B^2)}}} \times \\ & \times \left. \left[ \frac{tg(\varphi_0 + \varphi)}{(C^2 \cdot b^2 - B^2) \cos^2(\varphi_0 + \varphi)} \left[ -B + \frac{B(C^2 \cdot a^2 + 2D \cdot B) + 2D(C^2 \cdot b^2 - B^2)}{\sqrt{(C^2 \cdot a^2 + 2D \cdot B)^2 + 4(C^2 \cdot b^2 - B^2)D^2}} \right] \right] \right\}. \quad (9)$$

6. Визначення моменту від зусилля різання.

Вал, на якому закріплено рухомий ніж, у процесі різання навантажений моментом

$$M_P = F_P \cdot l_1 = q \cdot S \cdot l_1, \quad (10)$$

де  $F_P$  – зусилля різання;  $q$  – погонне зусилля різання;  $l_1$  – плече дії сили (рис. 4).

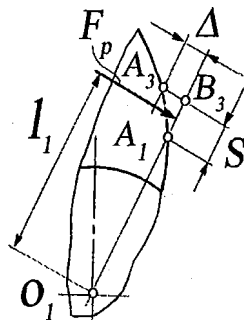


Рис.4. Схема до визначення моменту різання

У процесі різання картонної заготовки заокругленим ножем змінними параметрами є довжина дуги контакту леза рухомого ножа з картоном та плече дії сили, яке можна виразити як

$$l_1 = 0,5(O_1B_3 + O_1A_1).$$

7. Аналіз геометричних, кінематичних та силових параметрів процесу різання.

Вважаємо, що заданими є такі геометричні параметри вузла різання увігнутої заокругленої ділянки розгортки пакування з картону:  $R_1 = 20\text{мм}$ ;  $d = 70\text{мм}$ ;  $b_1 = 5\text{мм}$ ;  $\mu = 75^\circ$ ;  $\Delta = 1,0\text{мм}$ ;  $q = 10\text{Н/мм}$ .

За результатами досліджень на рис. 5 графічно зображено, відповідно, зміни дійсного кута  $\alpha_2$  положення точки різання, довжини лінії  $k$  контакту леза ножа з матеріалом, інваріанта кутової швидкості  $\omega$ , переміщення точки різання та моменту різання  $M_p$  від кута  $\varphi$  повороту рухомого інструмента.

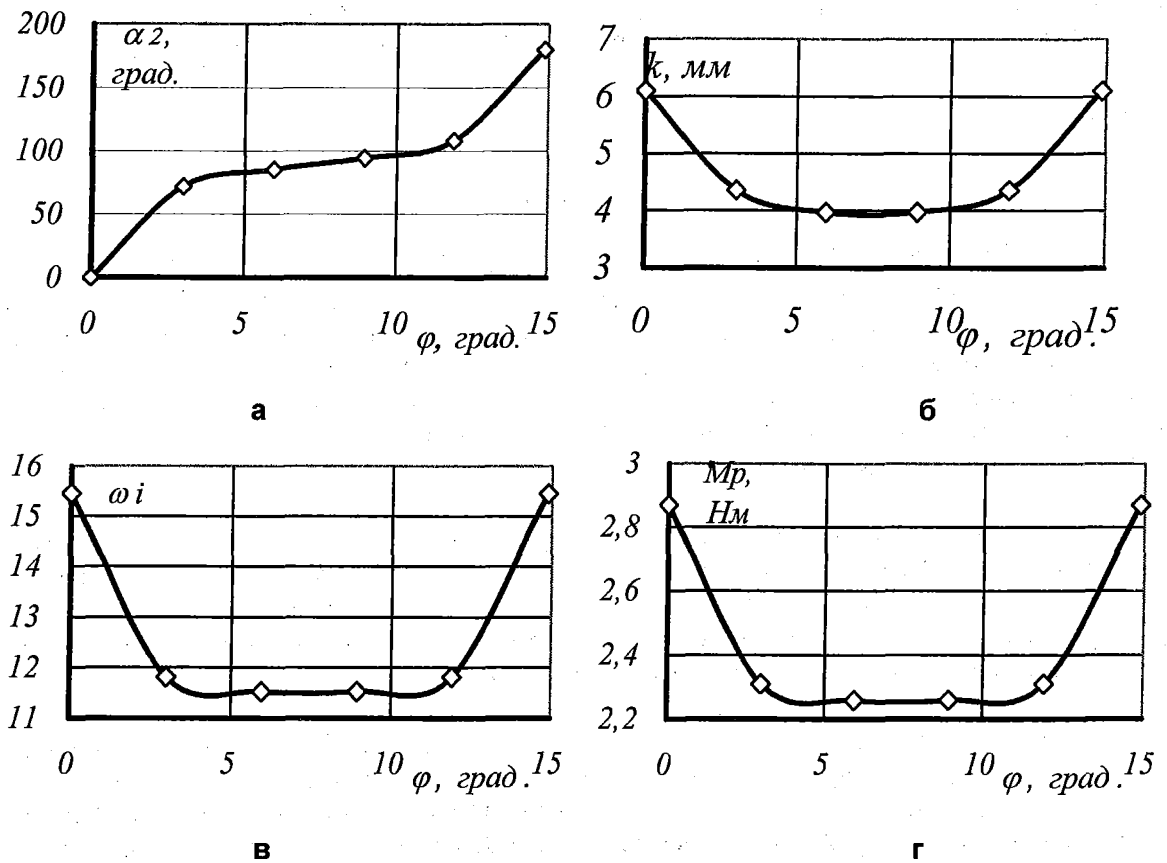


Рис.5. Вплив кута повороту ножа на положення точки різання (а), довжину лінії контакту леза ножа з картоном (б), інваріант кутової швидкості переміщення точки різання (в), момент від зусилля різання (г)

Як видно з графіків, усі перераховані параметри в процесі різання заокругленого контуру розгортки змінюються, причому характер зміни є симетричним відносно значення половини робочого кута повороту ножа. Крім того, інтенсивність кутового переміщення точки різання, що спостерігається на початку різання, зменшується до середини робочого кута повороту ножа і збільшується до моменту завершення вирізування заокругленої ділянки картонної розгортки. Важливо відмітити, що максимальна довжина  $l_{max} = 6,1\text{мм}$  лінії контакту леза рухомого ножа з

картоном спостерігається в момент його вривання і завершення процесу різання, а мінімальна  $l_{\min} = 3,9 \text{ мм}$  – у момент повороту рухомого інструмента на кут  $\varphi = 0,5\varphi_{\Sigma}$ . Нерівномірне кутове переміщення точки різання спричиняє зміну швидкості її переміщення на площині картоного матеріалу. При тому відношення максимального значення інваріанта кутової швидкості точки різання, що спостерігається на початку і наприкінці процесу, до мінімального становить 1,3 рази. Особливістю вирізування заокругленої ділянки картоної розгортки є зменшення моменту різання у положенні кута  $\varphi = 0,5\varphi_{\Sigma}$  в 1,27 рази по відношенню до  $M_p = 2,87 \text{ Н} \cdot \text{м}$  на початку і наприкінці різання.

Таким чином, отримані результати досліджень розкривають суть процесу вирізування зовнішніх заокруглених ділянок розгорток картоних паковань, кількісно описують процес, формують базу для інженерних розрахунків та проектування засобів виготовлення криволінійних елементів у розгортках паковань з картону способом вирізування.

1. Деклараційний патент № 60823. Інструмент пристрою для виготовлення розгорток паковань складної конфігурації по периметру / Регей І.І. Опубл. 15.10.03. Бюл. № 3. С. 2. 2. Задра В.М. Дослідження технологічних навантажень під час обробки круглих внутрішніх контурів у картоні // Наукові записки / УАД. 2000. Вип. 2. С. 18–20. 3. Регей І.І. Дослідження різання картоного матеріалу за принципом ножиць // Поліграфія і видавнича справа. 1997. №32. С. 64–67. 4. Регей І.І., Полюдов О.М. Безштампове виробництво картоних упаковок // Упаковка. 1998. №3. С. 26. 5. Регей І.І. Нові інструменти // Упаковка. 2001. №5. С. 35.

УДК621.835.2-514.122

**В.Р. Пасіка**

### **ВИЗНАЧЕННЯ КУТІВ ТИСКУ І РАДІУСІВ КРИВИНИ В КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМАХ МЕТОДАМИ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ**

*У роботі розв'язується задача визначення кутів тиску і радіусів кривини профілю кулачка в кулачкових механізмах методами аналітичної геометрії. При цьому геометричні параметри кулачкового механізму вважаються невідомими, а відомий лише радіус-вектор профілю кулачка. Отримано аналітичні залежності для їх визначення й наводиться відповідна обчислювальна програма в середовищі MATLAB-6.*

*В работе решается задача определения углов давления и радиусов кривизны профиля кулачка в кулачковых механизмах методами аналитической геометрии. При этом геометрические параметры кулачкового механизма считаются неизвестными, а известный только радиус-вектор профиля кулачка. Получены аналитические зависимости для их определения и приводится соответствующая компьютерная программа в среде MATLAB-6.*

Однією з найважливіших характеристик кулачкових механізмів по праву вважають кут тиску і радіус кривини профілю кулачка. Перший параметр впливає на габаритні розміри і к.к.д. механізму, другий – на радіус ролика, контактні напруження у вищій кінематичній парі, кінематичну точність [6]. Уміння обчислювати з високою точністю ці характеристики кулачкових механізмів необхідне при проектуванні сучасних машин, в яких використовуються кулачкові механізми.

Якщо для визначення кута тиску можна скористатися будь-яким підручником, наприклад [2], то для обчислення радіусів кривини в літературі практично немає готових аналітичних виразів [5]. Більше того, для обчислення вказаних характеристик повинні бути відомі геометричні розміри кулачка і закон руху штовхача. При цьому використовується метод заміни кулачкового механізму кривошипно-повзунним або кривошипно-коромисловим. Далі будуються повернуті на 90 і 180°, відповідно, план швидкостей і пришвидшень, з яких і визначаються невідомі параметри. Якщо геометричні параметри кулачкового механізму не відомі, а відомий лише профіль кулачка у вигляді радіуса-вектора, то послуговуватися відомими з літератури аналітичними залежностями неможливо.