

картоном спостерігається в момент його врзання і завершення процесу різання, а мінімальна $l_{\min} = 3,9 \text{ мм}$ – у момент повороту рухомого інструмента на кут $\varphi = 0,5\varphi_{\Sigma}$. Нерівномірне кутове переміщення точки різання спричиняє зміну швидкості її переміщення на площині картоного матеріалу. При тому відношення максимального значення інваріанта кутової швидкості точки різання, що спостерігається на початку і наприкінці процесу, до мінімального становить 1,3 рази. Особливістю вирізування заокругленої ділянки картоної розгортки є зменшення моменту різання у положенні кута $\varphi = 0,5\varphi_{\Sigma}$ в 1,27 рази по відношенню до $M_p = 2,87 \text{ Н} \cdot \text{м}$ на початку і наприкінці різання.

Таким чином, отримані результати досліджень розкривають суть процесу вирізування зовнішніх заокруглених ділянок розгорток картоних паковань, кількісно описують процес, формують базу для інженерних розрахунків та проектування засобів виготовлення криволінійних елементів у розгортках паковань з картону способом вирізування.

1. Деклараційний патент № 60823. Інструмент пристрою для виготовлення розгорток паковань складної конфігурації по периметру / Регей І.І. Опубл. 15.10.03. Бюл. № 3. С. 2. 2. Задра В.М. Дослідження технологічних навантажень під час обробки круглих внутрішніх контурів у картоні // Наукові записки / УАД. 2000. Вип. 2. С. 18–20. 3. Регей І.І. Дослідження різання картоного матеріалу за принципом ножиць // Поліграфія і видавнича справа. 1997. №32. С. 64–67. 4. Регей І.І., Полюдов О.М. Безштампове виробництво картоних упаковок // Упаковка. 1998. №3. С. 26. 5. Регей І.І. Нові інструменти // Упаковка. 2001. №5. С. 35.

УДК621.835.2-514.122

В.Р. Пасіка

ВИЗНАЧЕННЯ КУТІВ ТИСКУ І РАДІУСІВ КРИВИНИ В КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМАХ МЕТОДАМИ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

У роботі розв'язується задача визначення кутів тиску і радіусів кривини профілю кулачка в кулачкових механізмах методами аналітичної геометрії. При цьому геометричні параметри кулачкового механізму вважаються невідомими, а відомий лише радіус-вектор профілю кулачка. Отримано аналітичні залежності для їх визначення й наводиться відповідна обчислювальна програма в середовищі MATLAB-6.

В работе решается задача определения углов давления и радиусов кривизны профиля кулачка в кулачковых механизмах методами аналитической геометрии. При этом геометрические параметры кулачкового механизма считаются неизвестными, а известный только радиус-вектор профиля кулачка. Получены аналитические зависимости для их определения и приводится соответствующая компьютерная программа в среде MATLAB-6.

Однією з найважливіших характеристик кулачкових механізмів по праву вважають кут тиску і радіус кривини профілю кулачка. Перший параметр впливає на габаритні розміри і к.к.д. механізму, другий – на радіус ролика, контактні напруження у вищій кінематичній парі, кінематичну точність [6]. Уміння обчислювати з високою точністю ці характеристики кулачкових механізмів необхідне при проектуванні сучасних машин, в яких використовуються кулачкові механізми.

Якщо для визначення кута тиску можна скористатися будь-яким підручником, наприклад [2], то для обчислення радіусів кривини в літературі практично немає готових аналітичних виразів [5]. Більше того, для обчислення вказаних характеристик повинні бути відомі геометричні розміри кулачка і закон руху штовхача. При цьому використовується метод заміни кулачкового механізму кривошипно-повзунним або кривошипно-коромисловим. Далі будуються повернуті на 90 і 180°, відповідно, план швидкостей і пришвидшень, з яких і визначаються невідомі параметри. Якщо геометричні параметри кулачкового механізму не відомі, а відомий лише профіль кулачка у вигляді радіуса-вектора, то послуговуватися відомими з літератури аналітичними залежностями неможливо.

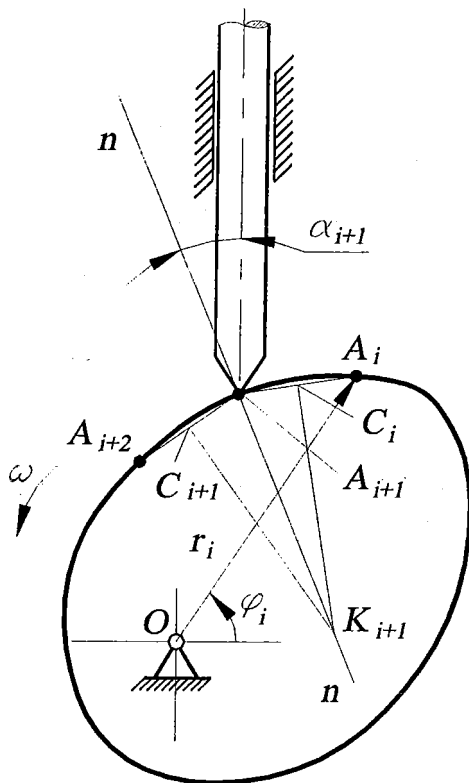


Рис. 1. Визначення кута тиску кулачкового механізму

Завданням даної роботи є визначення кутів тиску і радіуса кривини теоретичного профілю кулачка при невідомих геометричних параметрах кулачкового механізму й відомому радіусі-вектору теоретичного профілю кулачка. Постають такі задачі, коли профіль кулачка отримано за певними умовами синтезу. Зокрема, синтезу комбінованих кривошипно-повзунних механізмів зі змінною довжиною кривошипа [3, 4].

Задачу розв'язуватимемо методами аналітичної геометрії, виходячи з визначення кута тиску: кутом тиску називається гострий кут, утворений вектором сили, що діє на штовхач з боку кулачка, і вектором швидкості тієї точки на штовхачі, до якої прикладена ця сила.

На погляд автора, методи аналітичної геометрії більш очевидні і не вимагають від дослідника фахових знань з теорії механізмів і машин. У минулому, коли можливості обчислювальної техніки були обмежені як по швидкодії, так і по об'єму перероблюваної інформації, застосовувати методи аналітичної геометрії було недоцільно. У той час широко використовувалися графоаналітичні методи, які, однак, не забезпечували потрібної точності. Сьогодні комп'ютерна техніка дозволяє проводити чисельні обчислення з будь-якою точністю.

Суть розв'язку задачі зводиться до розбиття профілю кулачка на n точок і заміни кривої профілю n -кутником. Чим більша кількість точок, тим точніші будуть результати обчислень.

Нехай $r_i = OA_i = f(\varphi_i)$ – відомий радіус-вектор профілю кулачка (рис. 1). З центром обертання кулачка, т. O , суміщаємо початок нерухомої правої системи координат. Оскільки реакція з боку кулачка на штовхач діє по нормалі (ми не враховуємо тертя у вищій кінематичній парі), то потрібно визначити кут нахилу нормалі.

Технологія розв'язку поставленої задачі наступна:

помічаємо на профілі три точки A_i, A_{i+1}, A_{i+2} ;

через ці три точки проводимо коло, центр K_{i+1} якого знаходиться на перетині перпендикулярів, проведених до середини відрізків $A_i - A_{i+1}$ і $A_{i+1} - A_{i+2}$;

пряма $K_{i+1} - A_{i+1}$ – нормаль до профілю в точці A_{i+1} , а відрізок $\rho = A_{i+1}K_{i+1}$ – радіус кривини.

Пряма, яка проходить через дві точки A_i і A_{i+1} , згідно з [1, с. 202], визначається рівністю

$$y_1 = b_1 + k_1 x_1,$$

де $b_1 = \frac{y_i(x_{i+1} - x_i) - x_i(y_{i+1} - y_i)}{x_{i+1} - x_i}$; $k_1 = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}$; x_i, x_{i+1}, x_{i+2} і y_i, y_{i+1}, y_{i+2} – абсциси і ординати трьох помічених точок A .

Наприклад, координати точки A_i дорівнюють: $x_i = r_i \cos \varphi_i$; $y_i = r_i \sin \varphi_i$.

Рівняння прямої, що проходить через дві точки A_{i+1} і A_{i+2} , можна записати як

$$y_2 = b_2 + k_2 x_2,$$

$$\text{де } b_2 = \frac{y_{i+1}(x_{i+2} - x_{i+1}) - x_{i+1}(y_{i+2} - y_{i+1})}{x_{i+2} - x_{i+1}}, \quad k_2 = \frac{y_{i+2} - y_{i+1}}{x_{i+2} - x_{i+1}}.$$

Визначаємо координати середин відрізків – точок $C_i(x_{C_i}, y_{C_i})$ і $C_{i+1}(x_{C_{i+1}}, y_{C_{i+1}})$:

$$x_{C_i} = 0,5(x_{i+1} + x_i); \quad y_{C_i} = 0,5(y_i + y_{i+1}); \quad x_{C_{i+1}} = 0,5(x_{i+1} + x_{i+2}); \quad y_{C_{i+1}} = 0,5(y_{i+1} + y_{i+2}).$$

Рівняння перпендикулярів, проведених через точки C_i і C_{i+1} , відповідно до [1, с. 204] матиме такий вигляд:

$$y_{p1} = b_{p1} + k_{p1} x_{p1}; \quad (1)$$

$$y_{p2} = b_{p2} + k_{p2} x_{p2}; \quad (2)$$

$$\text{де } b_{p1} = y_{C_i} - k_{p1} x_{C_i}; \quad k_{p1} = -1/k_1; \quad b_{p2} = y_{C_{i+1}} - k_{p2} x_{C_{i+1}}; \quad k_{p2} = -1/k_2.$$

Координати $x_{K_{i+1}}, y_{K_{i+1}}$ центра кривини кола, точки K_{i+1} , обчислюємо із сумісного розв'язку рівнянь (1) і (2):

$$\left. \begin{aligned} y_{K_{i+1}} &= b_{p1} + k_{p1} x_{K_{i+1}}, \\ y_{K_{i+1}} &= b_{p2} + k_{p2} x_{K_{i+1}} \end{aligned} \right\}$$

або в канонічному вигляді:

$$\left. \begin{aligned} y_{K_{i+1}} - k_{p1} x_{K_{i+1}} &= b_{p1} \\ y_{K_{i+1}} - k_{p2} x_{K_{i+1}} &= b_{p2} \end{aligned} \right\}.$$

Розв'язок системи дає нам координати точки K_{i+1} :

$$x_{K_{i+1}} = \frac{b_{p2} - b_{p1}}{k_{p1} - k_{p2}}, \quad y_{K_{i+1}} = \frac{k_{p1} b_{p2} - k_{p2} b_{p1}}{k_{p1} - k_{p2}}.$$

Рівняння нормалі, яка проходить через точки K_{i+1} і A_{i+1} , набуде вигляду

$$y = b + kx,$$

$$\text{де } b = \frac{y_{K_{i+1}}(x_{i+1} - x_{K_{i+1}}) - x_{K_{i+1}}(y_{i+1} - y_{K_{i+1}})}{x_{i+1} - x_{K_{i+1}}}, \quad k = \frac{y_{i+1} - y_{K_{i+1}}}{x_{i+1} - x_{K_{i+1}}}.$$

Радіус кривини профілю в точці A_{i+1} обчислюємо як відстань між двома точками з відомими координатами:

$$\rho = A_{i+1} K_{i+1} = \sqrt{(x_{i+1} - x_{K_{i+1}})^2 + (y_{i+1} - y_{K_{i+1}})^2}. \quad (3)$$

Кут нахилу нормалі до осі абсцис визначаємо за відомою залежністю

$$\varphi_{n_{i+1}} = \arctg \frac{y_{i+1} - y_{K_{i+1}}}{x_{i+1} - x_{K_{i+1}}}. \quad (4)$$

Кут тиску для кулачкового механізму з поступальним штовхачем знаходимо так:

$$\alpha_{i+1} = \varphi_{n_{i+1}} - 90^\circ. \quad (5)$$

Для кулачкового механізму з коромисловим штовхачем

$$\alpha_{i+1} = \varphi_{n_{i+1}} - (\beta_{i+1} - 90^\circ), \quad (6)$$

де кут β – кут нахилу коромисла.

Для синтезованого профілю кулачка, отриманого в роботах [3, 4], кут тиску обчислюємо за формулою

$$\alpha_{i+1} = \varphi_{n+1} - \varphi_{i+1}. \quad (7)$$

За наведеними вище залежностями визначити кути тиску і радіус кривини найзручніше чисельно. Алгоритм обчислення можна подати наступним чином.

Виділяємо на профілі кулачка три перші точки – A_1, A_2, A_3 . Для середньої з них – A_2 обраховуємо кут тиску і радіус кривини. Далі виділяємо наступну точку A_4 і для точок A_2, A_3, A_4 проводимо аналогічні обчислення також для середньої точки – A_3 . Потім виділяємо наступну точку A_5 і виконуємо обчислення для точки A_4 і т.д. У результаті для усіх точок розглядуваного інтервалу $1 \leq i \leq n$, крім крайніх $i = 1$ і $i = n$, отримуємо значення кутів тиску і радіуса кривини. Для крайніх точок можемо припустити, що

$$\alpha_1 = \alpha_2; \quad \alpha_n = \alpha_{n-1}; \quad \rho_1 = \rho_2; \quad \rho_n = \rho_{n-1}.$$

Дане припущення буде тим справедливіше, чим меншим буде крок дискретизації кута φ .

Текст програми, яка реалізує наведений алгоритм у середовищі MATLAB-6, має такий вигляд:

```
function[f, ro]=kutt(r,fi);
% Кути тиску і радіус кривини
% Траєкторії кінця кривошипа змінної довжини
% ВХІДНІ ДАНІ:
% r-радіус-вектор [м]
% fi-кут нахилу радіуса [град.]
% РЕЗУЛЬТАТИ:
% f-кут тиску [град.]
% ro - радіус кривини [м]

clear
rr=pi/180; n=length(r);
xA=r.*cos(fi*rr); yA=r.*sin(fi*rr);
for i=1:n-2
    x=[xA(i) xA(i+1) xA(i+2)]; y=[yA(i) yA(i+1) yA(i+2)];
    if i>1
        b1=b2; k1=k2; xc1=xc2; yc1=yc2; kp1=-1/k2;
        b2=(y(2)*(x(3)-x(2))-x(2)*(y(3)-y(2)))/(x(3)-x(2)); k2=(y(3)-y(2))/(x(3)-x(2));
        xc2=(x(3)+x(2))/2; yc2=(y(3)+y(2))/2; kp2=-1/k2;
    end
    if i==1
        b1=(y(1)*(x(2)-x(1))-x(1)*(y(2)-y(1)))/(x(2)-x(1)); k1=(y(2)-y(1))/(x(2)-x(1));
        b2=(y(2)*(x(3)-x(2))-x(2)*(y(3)-y(2)))/(x(3)-x(2)); k2=(y(3)-y(2))/(x(3)-x(2));
        xc1=(x(2)+x(1))/2; yc1=(y(2)+y(1))/2; xc2=(x(3)+x(2))/2; yc2=(y(3)+y(2))/2;
        kp1=-1/k1; kp2=-1/k2;
    end
    A=[1 -kp1; 1 -kp2]; B=[yc1-kp1*xc1; yc2-kp2*xc2];
    xx=A\B; xk=xx(1); yk=xx(2);
    fik=(atan2(y(2)-yk, x(2)-xk))/rr; % Кут нахилу нормалі до осі абсцис
    ro(i)=sqrt((x(2)-xk)^2+(y(2)-yk)^2); % Радіус кривини профілю
    if fik<0, fik=fik+360; end
    f(i)=fik-fi(i+1); % Кут тиску профілю
end
f=[f(1) f(length(f))]; ro=[ro(1) ro(length(ro))];

% Кінець kutt(r,fi);
```

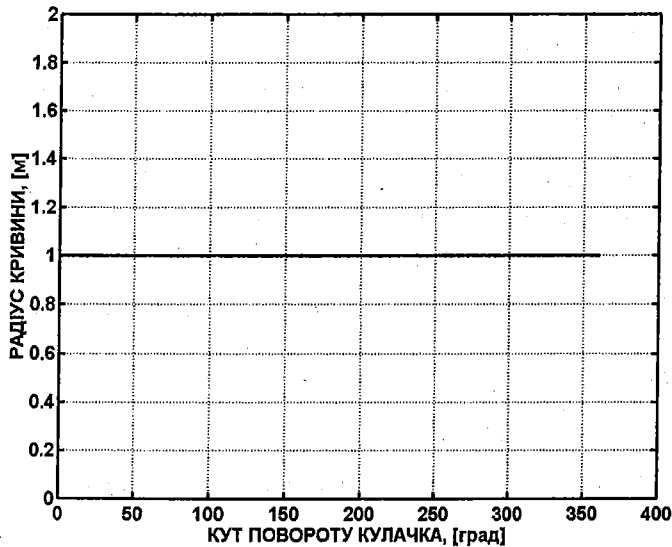


Рис. 2. Радіус кривини кола

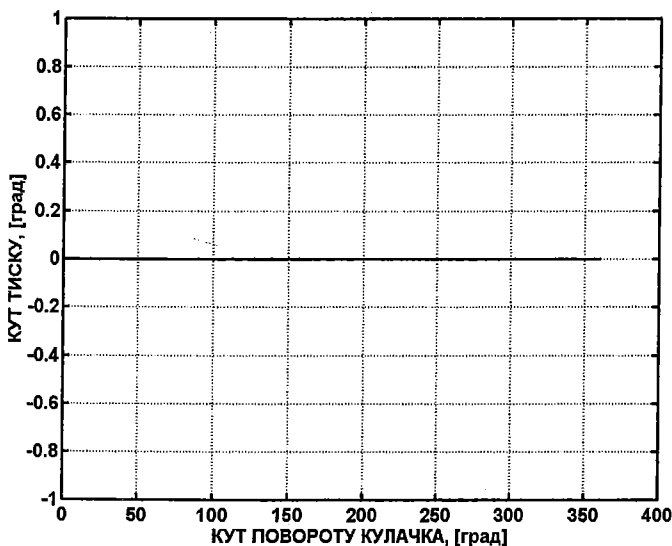


Рис. 3. Кут тиску кола

Для перевірки правильності отриманих аналітичних залежностей і наведеної програми проведемо обчислення для кулачка у вигляді кола радіусом $r=1\text{ м}$ з центром обертання в центрі кола. Очевидно, що радіус кривини у кожній точці профілю такого кулачкового механізму дорівнюватиме $\rho=1\text{ м}$, а кут тиску для центрального кулачкового механізму $\alpha=0^\circ$. Обчислення проводимо з кроком зміни кута $\Delta\varphi=0,1\text{ град}$.

Графіки на рис. 2 і 3 повністю підтверджують попередні умови висновку.

У результаті проведених досліджень методами аналітичної геометрії отримано аналітичні залежності для кутів тиску і радіусів кривини профілю кулачкових механізмів, які можна застосовувати при невідомих геометричних параметрах кулачкового механізму (ексцентриситеті і радіусі кулачкової шайби). Відомим повинен бути лише радіус-вектор профілю кулачка. Для практичного використання результатів статті розроблена в середовищі MATLAB-6 і наведена програма для обчислення кутів тиску і радіусів кривини.

1. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М., 1957.
2. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. К., 2002.
3. Пасіка В.Р., Полюдов О.М. Геометричний синтез кривошипно-повзунних механізмів за заданим переміщенням повзуна // Наук. вісник: Зб. наук.-техн. праць. Львів: УкрДЛТУ. 2002. Вип.12.8. С. 174–179.
4. Пасіка В.Р. Зрівноваження сил інерції повзуна в комбінованих кривошипно-повзунних механізмах // Вісник Східноукраїнського національного університету імені В. Даля. 2003. № 12. С. 72–79.
5. Попов Н.Н. Расчет и проектирование кулачковых механизмов. М., 1965.
6. Семенов М.В. Кинематические и динамические расчеты исполнительных механизмов. Л., 1974.

УДК 681.6:621.375

І.М. Петрів, С.О. Хмельов, С.В. Волков

ВПЛИВ МЕХАНІЗМУ КАДРОВОЇ РОЗГОРТКИ НА ТОЧНІСТЬ ЗАПИСУ ЗОБРАЖЕНЬ У ФОТОВИВІДНИХ ПРИСТРОЯХ

Розглядається вплив механізму кадрової розгортки на точність запису зображень у фотовивідних пристроях і наводяться результати замірів відхилення кроку растрових ліній кадрової розгортки.