

МОДИФІКОВАНИЙ ГЕНЕТИЧНИЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗМІЩЕННЯ ВЕКТОРНИХ ГРАФІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Д. Ю. Паламарчук, О. В. Тимченко

Національний Університет «Львівська Політехніка»
вул. Степана Бандери, 12, Львів, 79013, Україна

У статті розглянуто задачу оптимального розміщення векторних графічних об'єктів на площині, що має практичне значення для поліграфії лазерного нарізання та виробництва виробів із листових матеріалів. Основною метою є мінімізація зайнятої площі за умови відсутності перетинів між об'єктами та з врахуванням можливості їх обертання. Зважаючи на високу обчислювальну складність класичних методів перевірки допустимих положень, запропоновано використувати вдосконалений генетичний алгоритм, який поєднує еволюційний підхід із дискретною апроксимацією та кластеризацією фігур. Дискретизація векторних об'єктів реалізується шляхом перетворення векторних фігур у піксельні матриці з заданим розміром клітини, що суттєво прискорює перевірку перетинів. Кластеризація забезпечує впорядкування фігур за розміром і покращує структуру заповнення. У межах алгоритму реалізовано класичні оператори селекції, кросоверу, мутації та формування нової популяції з комбінацією різних джерел хромосом. Для перевірки ефективності підходу проведено експеримент із варіацією параметра дискретизації. За незмінних умов досліджено вплив розміру клітини на швидкодію алгоритму та якість отриманого компонування. Результати показали чітку зворотну залежність між точністю та продуктивністю: при зменшенні клітини якість підвищується, але зростає обчислювальний час. Визначено компромісні значення параметра, які забезпечують баланс між ефективністю та продуктивністю. Запропонований підхід демонструє високу гнучкість і перспективність для задач, що вимагають автоматизованого компонування складних векторних об'єктів.

Ключові слова: генетичний алгоритм, розміщення векторних об'єктів, дискретна апроксимація, кластеризація, функція якості, оптимізація.

Постановка проблеми. У багатьох прикладних задачах, пов'язаних із поліграфією, виготовленням виробів із листових матеріалів, обробкою матеріалів, лазерним різанням тощо, виникає необхідність розмістити на обмеженій площині набір векторних об'єктів таким чином, щоб мінімізувати використану площу або зменшити кількість відходів. Основними умовами при цьому є відсутність перетинів між фігурами, можливість обертання об'єктів для досягнення кращого компонування і збереження допустимих відстаней між фігурами.

Традиційні методи перевірки допустимих положень ґрунтуються на операціях геометричного перетину контурів, що є складними в обчислюваннях та неефективними

при роботі з великою кількістю складних векторних форм. Крім того, перебір усіх можливих варіантів розміщення або обертання кожної фігури вимагає значних ресурсів.

У зв'язку з цим постає задача розробки ефективного евристичного підходу до розміщення об'єктів, який би дозволяв:

- швидко генерувати припустимі варіанти компонування;
- адаптувати порядок розміщення фігур, кути їх обертання та позицію на площині;
- враховувати геометричні обмеження та підвищувати щільність розміщення.

Застосування генетичного алгоритму як методу глобальної оптимізації дозволяє врахувати всі ці вимоги. Однак для забезпечення високої продуктивності та точності необхідно вдосконалити базовий підхід, зокрема за рахунок:

- дискретної апроксимації (перетворення векторних контурів у піксельну форму з подальшою перевіркою перетинів у матричному представленні);
- кластеризації об'єктів за розміром (попереднє впорядкування фігур);
- чіткої системи оцінки якості рішення, що враховує висоту заповненої області та щільність розміщення.

Таким чином, проблема полягає в побудові алгоритмічного рішення, яке поєднує еволюційний пошук з оптимізованими методами перевірки та вибору допустимих положень фігур..

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Генетичний алгоритм (ГА) — це евристичний метод оптимізації, що моделює процес природного добору [1]. Основна ідея полягає в еволюційному пошуку розв'язку через послідовні ітерації (покоління), в яких зберігаються, комбінуються та змінюються найкращі особини популяції. Кожна особина (хромосома) кодує можливе розв'язання задачі, а її якість визначається за допомогою фітнес-функції. На кожному етапі алгоритму здійснюється селекція (відбір кращих хромосом), кросовер (обмін частинами між парами хромосом) та мутація (випадкові зміни), що дозволяє досліджувати простір рішень і знаходити оптимальні або наближені рішення [2]. Завдяки гнучкості та здатності до роботи з великими і складними просторами пошуку, генетичні алгоритми активно застосовуються для вирішення задач комбінаторної оптимізації, зокрема — задач розміщення об'єктів.

Генерація покоління — одна ітерація еволюційного процесу. На кожному кроці відбувається створення нової популяції на основі попередньої: відбір, кросовер.

Популяція — це набір хромосом, які одночасно беруть участь в еволюційному процесі.

Хромосома — це структуроване подання одного можливого розв'язання задачі, зазвичай у вигляді послідовності генів (наприклад, упорядкованого списку фігур).

Фітнес-функція використовується для оцінки якості кожної хромосоми відповідно до мети оптимізації. На основі значень цієї функції виконується селекція — вибір хромосом, які передають свою «генетичну інформацію» наступному поколінню.

Кросовер (схрещування) — це комбінування частин двох батьківських хромосом для утворення нових.

Мутація — випадкове змінення окремих генів, що сприяє підтриманню різноманіття у популяції та дозволяє алгоритму уникати локальних мінімумів.

Дискретизація — це перетворення неперервної області (наприклад, площини або фігури) у набір дискретних елементів — клітинок або пікселів з фіксованим розміром. У задачі розміщення векторних об'єктів дискретизація дозволяє ефективніше перевіряти перетини, представляючи фігури у вигляді бінарних матриць та працюючи з ними на рівні піксельного накладання [3].

Кластеризація — це процес групування подібних об'єктів у підмножини (кластери) за спільними характеристиками: формою, розміром, орієнтацією тощо. У контексті розміщення векторних фігур кластеризація може застосовуватись для попередньої обробки даних, зменшення розмірності простору пошуку або прискорення роботи алгоритму, наприклад, шляхом використання однакових стратегій для схожих фігур [4].

Мета роботи. Вдосконалення генетичного алгоритму для задачі оптимального розміщення векторних графічних об'єктів на площині шляхом впровадження дискретної апроксимації та кластеризації фігур, що дозволяє підвищити ефективність пошуку рішень і зменшити обчислювальні витрати при перевірці допустимих позицій.

Виклад основного матеріалу дослідження. У цьому розділі описано структуру запропонованого генетичного алгоритму для задачі оптимального розміщення векторних графічних об'єктів на площині. Алгоритм базується на еволюційній моделі, яка передбачає багаторазове формування популяцій рішень, їхнє вдосконалення та відбір найкращих за критерієм якості [5].

Відображення роботи алгоритму представлено у вигляді блок-схеми на рисунку 1 і складається з наступних кроків:

1. Генерація початкової популяції x — створюється набір хромосом із випадковим порядком фігур.

2. Оцінка якості популяції — кожне рішення оцінюється шляхом обчислення коефіцієнта якості як відношення площі заповнених клітин до загальної площі в межах прямокутної області, зайнятої фігурами:

$$Q = \frac{S_{\text{фігур}}}{S_{\text{використана область}}},$$

де Q — коефіцієнт якості рішення; $S_{\text{фігур}}$ — сумарна площа розміщених фігур; $S_{\text{використана область}}$ — прямокутна зона, що охоплює всі фігури.

3. Селекція — з поточної популяції відбирається частина найкращих рішень (елітність), а також певна кількість випадкових рішень для збереження генетичної різноманітності.

4. Кросовер і мутація — на основі батьківських хромосом генеруються нові рішення, частина з них додатково модифікується шляхом випадкових змін або кластеризації фігур за розміром.

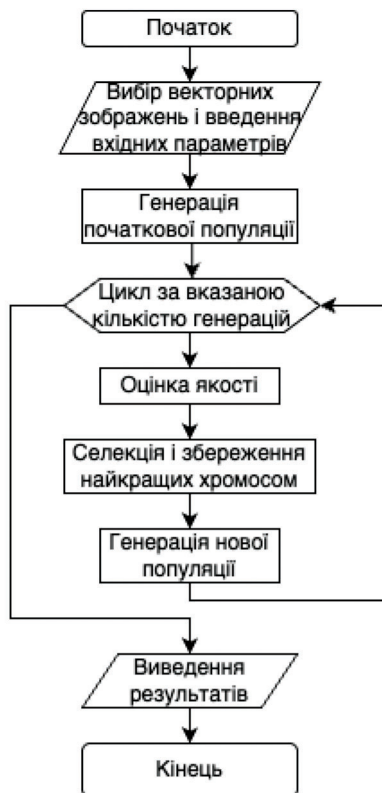


Рис. 1. Залежність якості рішення від розміру клітини

5. Формування нової популяції — формується набір хромосом, який включає елітні, випадкові, частково згенеровані та повністю нові рішення. З кожної хромосоми береться нова послідовність фігур, яка використовується для побудови повноцінного розв’язку. На основі цих розв’язків формується нове покоління, яке стає поточною популяцією для наступної генерації..

6. Перевірка умови завершення — алгоритм завершується, коли кількість генерацій досягає встановленої межі. Формально умову можна записати як:

$$g \geq N,$$

де g — номер поточної генерації; N — задана максимальна кількість поколінь.

Якщо умова не виконана, алгоритм повертається до кроку 2 для обробки наступної генерації.

Формування нової популяції відбувається на основі комбінації різних джерел хромосом, що дозволяє зберегти якісні рішення, забезпечити різноманіття та підтримувати ефективну еволюцію [6]. Розподіл часток при створенні нового покоління має такий вигляд:

- 20% — еліта (найкращі рішення): хромосоми з найвищими показниками якості з попереднього покоління передаються без змін. Це гарантує збереження вже досягнутого прогресу.

- 10% — випадкові рішення з попередньої популяції: обираються з решти хромосом, не обов'язково найкращих. Таке випадкове включення дозволяє зберегти генетичне різноманіття та уникати надмірної подібності рішень.
- 20% — нові хромосоми, згенеровані кросовером: створюються шляхом поєднання пар батьківських хромосом з елітного та випадкового пулу. Це дає змогу комбінувати успішні частини рішень.
- 20% — кросовер із кластеризацією: додатково застосовується попереднє впорядкування фігур за розміром (від більших до менших) для покращення структури розміщення. Це підвищує ймовірність ефективного заповнення площини.
- 20% — кросовер із мутацією: після виконання кросоверу відбувається випадковий обмін двох генів в кожній хромосомі. Це дозволяє підтримувати варіативність рішень.
- 10% — повністю нові випадкові рішення: хромосоми генеруються з нуля без використання попередніх даних. Це дозволяє додати нові варіанти до популяції та підтримувати динаміку пошуку.

Схематичне відображення процесу формування нової популяції наведено на рисунку 2. Діаграма демонструє, які саме джерела використовуються для побудови нового покоління та в яких пропорціях.

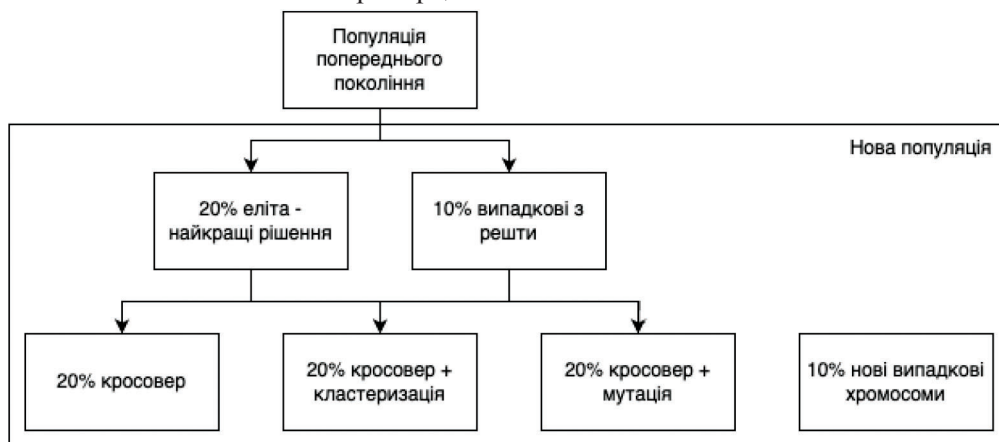


Рис. 2. Залежність якості рішення від розміру клітини

Кластеризація виконується на основі площі обмежувального прямокутника кожної фігури, яка обчислюється за формулою:

$$S_i = w_i \cdot h_i,$$

де S_i — площа i -ї фігури; w_i та h_i — ширина та висота прямокутника, що її обмежує.

На основі мінімального та максимального значень площ визначається допустимий поріг кластеризації:

$$T = (S_{\max} - S_{\min}) \cdot \delta,$$

де T — допустиме відхилення в межах кластера; $S_{\min}$, $S_{\max}$ — мінімальна та максимальна площа серед усіх фігур; δ — коефіцієнт похибки (наприклад, 0,05).

Фігури сортуються за розміром, а далі об'єднуються у кластери згідно з умовою:

$$|S_i - S_j| \leq T \Rightarrow S_i, S_j \in C_k.$$

Дві фігури належать до одного кластеру C_k , якщо різниця їхніх площ не перевищує поріг T .

Формування одного можливого рішення (хромосоми) базується на заданих вхідних параметрах: розмірі площини (у мм.), фіксованому порядку фігур, куті повороту для кожної фігури, розмірі клітини дискретизації (у мм.) та мінімальній допустимій відстані між об'єктами [7]. Алгоритм послідовно обробляє кожну фігуру з набору: здійснює її обертання згідно з поточним кутом, перетворює векторне зображення у піксельну матрицю відповідно до заданого кроку дискретизації (рисунок 3.), а далі виконує пошук оптимального положення на площині. Серед усіх допустимих варіантів розміщення вибирається той, який забезпечує мінімальне розширення області заповнення [8]. Така процедура повторюється для кожної фігури у хромосомі, доки не буде завершено формування повного розміщення.

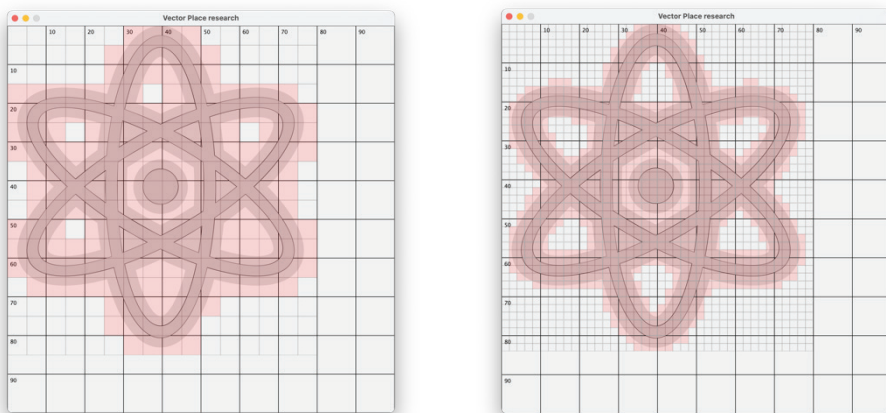


Рис. 3. Візуалізація дискретизації векторного зображення при розмірі клітини дискретизації 5×5 мм (зліва) та 2×2 мм (справа)

Проведення досліджень. Для перевірки ефективності запропонованого підходу було проведено експеримент, спрямований на дослідження впливу розміру клітини дискретизації, що використовується для представлення векторних фігур у піксельній формі. Зміна цього параметра безпосередньо впливає на точність перевірки перетинів між об'єктами, а також на загальну швидкість алгоритму.

Розміщення здійснювалося на площині розміром 500×500 мм. Фіксовано використовувалися 108 векторних фігур, 50 хромосом у популяції, 10 генерацій, крок повороту 45°, а також мінімальна відстань між об'єктами — 5 мм. Для оцінювання якості рішення використовувалася окрема піксельна сітка з фіксованим розміром клітини 5×5 мм, що дозволяє отримувати співставні результати незалежно від параметрів самої дискретизації фігур.

У таблиці 1. продемонстровано зміну часу виконання та якості рішення залежно від розміру клітини.

Таблиця 1

Залежність якості та часу від розміру клітини

Номер експерименту	Розмір клітини (мм)	Час (с)	Коефіцієнт якості
1	1x1	1543,1	0,7220
2	3x3	61,5	0,6668
3	5x5	24,5	0,6252
4	7x7	16,4	0,5766
5	10x10	12,2	0,5600

На рисунках 4 і 5 зображено відповідні графіки зміни часу та якості.

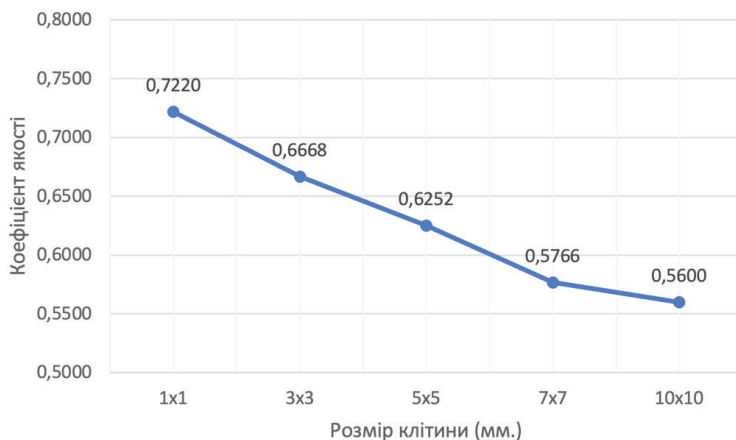


Рис. 4. Залежність якості рішення від розміру клітини

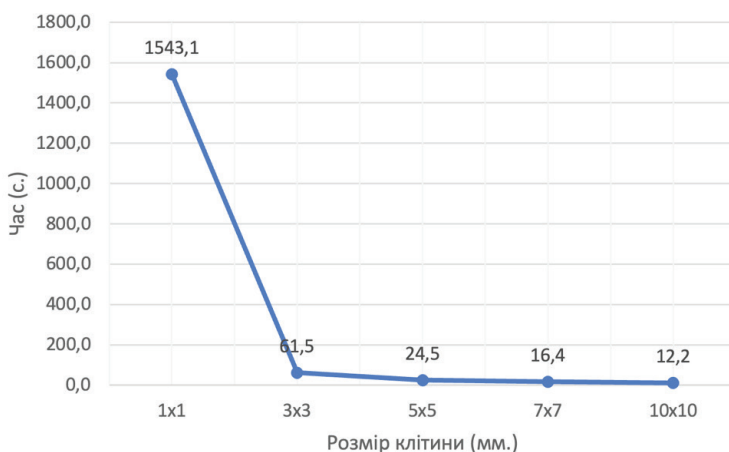


Рис. 5. Залежність часу виконання від розміру клітини

На рисунку 6. наведено приклади розміщення для найменшого (1×1 мм) та найбільшого (10×10 мм) значень клітини — видно, як втрачається якість заповнення площі.

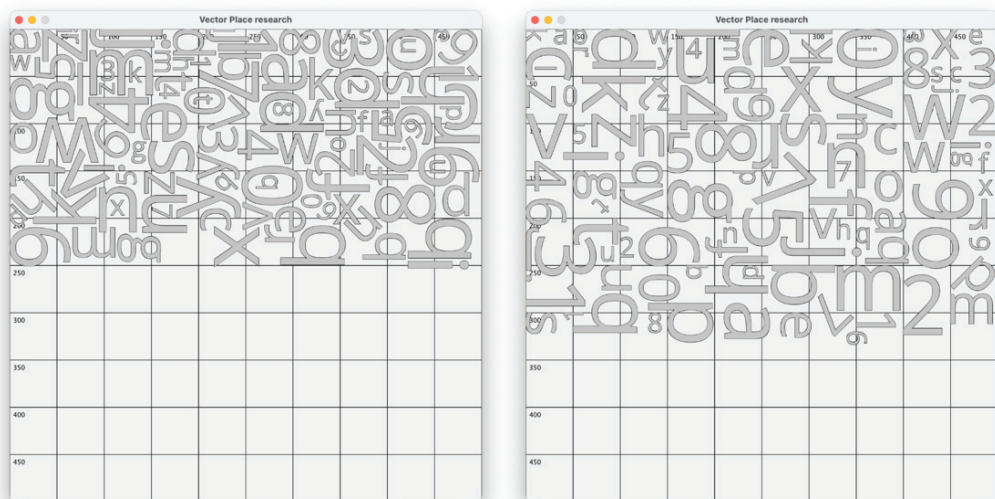


Рис. 6. Візуалізація розміщення фігур при розмірі клітини дискретизації 1×1 мм (зліва) та 10×10 мм (справа)

Отримані результати підтверджують очікувану зворотну залежність між точністю і швидкістю: чим більша клітина дискретизації, тим менше часу потребує алгоритм, але водночас зменшується якість остаточного розміщення. Розмір 3×3 або 5×5 мм може розглядатися як оптимальний компроміс між точністю та продуктивністю в умовах, близьких до практичного використання.

Висновки. В роботі було запропоновано вдосконалений генетичний алгоритм для задачі оптимального розміщення векторних графічних об'єктів на площині. Основними елементами покращення стали використання дискретної апроксимації, що дозволяє ефективніше виконувати перевірку перетинів між фігурами, та класифікація, яка впорядковує об'єкти за розміром і підвищує щільність заповнення. Реалізований підхід враховує геометричні обмеження, дозволяє адаптувати порядок, позицію та поворот кожної фігури, а також забезпечує гнучке формування нових популяцій на основі комбінування рішень.

Експериментальне дослідження показало, що розмір клітини дискретизації суттєво впливає на результати: зі зменшенням клітини зростає якість розміщення, проте збільшується час обробки. Найкращим компромісом між точністю та швидкістю в умовах дослідження стали значення 3×3 мм. та 5×5 мм. Запропонований підхід демонструє перспективність для практичного використання в задачах автоматизованого компонування об'єктів у різних галузях — від поліграфії до обробки матеріалів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Carr, J. (2014). An Introduction to Genetic Algorithms. Whitman College. https://www.academia.edu/39261907/An_Introduction_to_Genetic_Algorithms.
2. Hruschka, E. R. & Ebecken, N. F. F. (2003). A genetic algorithm for cluster analysis. *Intelligent Data Analysis*, 7(1), 15–25.
3. Паламарчук Д. Ю., Тимченко О. В., Демченко В. О. Застосування методів оптимізації в задачі розміщення векторних графічних об'єктів на площині. *Наукові записки № 1 (68) / 2024*. С. 61-70, doi: 10.32403/1998-6912-2024-1-68-61-70.
4. Пічугін М. Ф., Канкін І. О., Воротніков В. В. Комп'ютерна графіка. Навчальний посібник. Київ 2019. 346 с.
5. Cheng, F. Y., & Li, D. (1998). Genetic Algorithm Development for Multiobjective Optimization of Structures. *Journal of Structural Engineering*, 124(6), 749–757.
6. De Jong, K.A.: On using genetic algorithms to search program spaces. *Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms*, Hillsdale, NJ, 1987.
7. Литвин В. О. Методи дискретної апроксимації у задачах комп'ютерної графіки. *Науковий вісник КНУ Інформатика і обчислювальна техніка*, 2015, № 3, с. 45–52.
8. Паламарчук Д. Ю., Тимченко О. В. Дискретна апроксимація в задачах розміщення векторних графічних об'єктів на площині // *Системи комп'ютерного проектування. Теорія і практика*. Випуск 7, Номер 1, 2025. С.221-228. doi: <https://doi.org/10.23939/cds2025.01.221>.

REFERENCES

1. Carr, J. (2014). An Introduction to Genetic Algorithms. Whitman College. https://www.academia.edu/39261907/An_Introduction_to_Genetic_Algorithms.
2. Hruschka, E. R. & Ebecken, N. F. F. (2003). A genetic algorithm for cluster analysis. *Intelligent Data Analysis*, 7(1), 15–25.
3. Palamarchuk D. Yu., Timchenko O. V., Demchenko V. O. (2024) Application of optimization methods in the problem of placing vector graphic objects on a plane. *Scientific Notes No. 1 (68)*. P. 61-70, doi: 10.32403/1998-6912-2024-1-68-61-70.
4. Pichugin M. F., Kankin I. O., Vorotnikov V. V. (2019) *Computer Graphics. Textbook*. Kyiv. 346 p.
5. Cheng, F. Y., & Li, D. (1998). Genetic Algorithm Development for Multiobjective Optimization of Structures. *Journal of Structural Engineering*, 124(6), 749–757.
6. De Jong, K.A.: (1987) On using genetic algorithms to search program spaces. *Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms*, Hillsdale, NJ.
7. Lytvyn V. O. (2015) Methods of discrete approximation in computer graphics problems. *Scientific Bulletin of KNU Informatics and Computing Technology*, No. 3, pp. 45–52.
8. Palamarchuk D. Yu., Tymchenko O. V. (2025) Discrete approximation in problems of placing vector graphic objects on a plane // *Computer Design Systems. Theory and Practice*. Issue 7, Number 1, P.221-228. doi: <https://doi.org/10.23939/cds2025.01.221>.

MODIFIED GENETIC ALGORITHM FOR OPTIMAL LAYOUT OF VECTOR GRAPHIC OBJECTS

D. Yu. Palamarchuk, O. V. Tymchenko

*Lviv Polytechnic National University,
12, Stepana Bandery St, Lviv, 79013, Ukraine
dmytro.y.palamarchuk@lpnu.ua, oleksandr.v.tymchenko@lpnu.ua*

This paper addresses the problem of optimal placement of vector graphic objects on a two-dimensional plane, a task with practical relevance in fields such as printing and material processing. The primary objective is to minimize the occupied area while preventing overlaps between objects and allowing their rotation. Due to the high computational cost of traditional geometric intersection checks, we propose an enhanced genetic algorithm that integrates evolutionary optimization with two key modifications: discretization and clustering. Discretization is achieved by converting vector shapes into binary pixel matrices using a configurable grid size, which significantly accelerates intersection testing. Clustering is applied to sort objects by size prior to placement, thereby improving packing density and layout structure.

The algorithm incorporates standard genetic operators such as selection, crossover, mutation, and structured population generation based on a mix of elite, random, and recombined chromosomes. To evaluate the effectiveness of the proposed approach, an experiment was conducted that varied the discretization cell size under fixed conditions. The results demonstrate a clear trade-off between accuracy and performance: smaller cell sizes yield better placement quality but increase computation time. Optimal parameter ranges were identified to provide a practical balance between precision and execution speed.

The implemented approach takes into account geometric constraints, allows you to adapt the order, position and rotation of each figure, and also provides flexible formation of new populations based on combining solutions.

Experimental research has shown that the size of the discretization cell significantly affects the results: with a decrease in the cell, the placement quality increases, but the processing time increases. The best compromise between accuracy and speed under the study conditions were the values 3×3 mm and 5×5 mm. The proposed solution demonstrates high flexibility and scalability, which makes it well suited for applications that require automated placement of complex vector objects on surfaces with constraints.

Keywords: *genetic algorithm, vector object placement, discrete approximation, clustering, fitness function, optimization.*

Стаття надійшла до редакції 09.06.2025.

Received 09.06.2025.